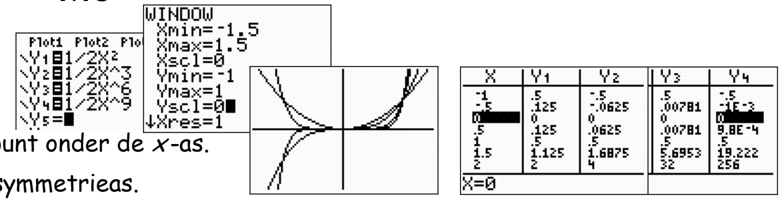
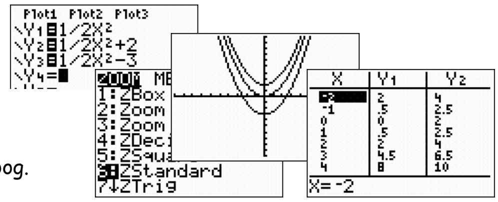


1a Zie de plot hiernaast.

1b Dat zijn de punten (0, 0) en (1; 0,5).

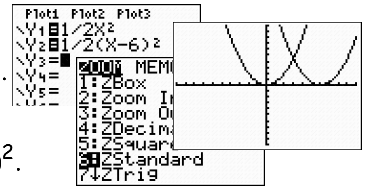
1c Van de grafieken van y_1 en y_3 ligt geen enkel punt onder de x-as.

1d De grafieken van y_1 en y_3 hebben de y-as als symmetrieas.

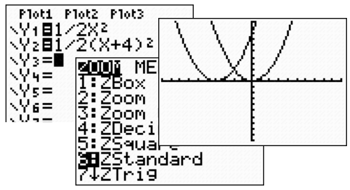


2a Zie de plot hiernaast.
De grafieken zijn ten opzichte van elkaar verticaal verschoven.

2b $y=\frac{1}{2}x^2$ ☺ $\xrightarrow[\text{(6 omhoog)}]{\text{translatie }(0,6)}$ $y=\frac{1}{2}x^2+6.$
Translatie (0, 6) is een verschuiving van 0 eenheden naar rechts en 6 omhoog.



3a Zie een plot hiernaast.
$y_1=\frac{1}{2}x^2$ ☺ $\xrightarrow[\text{(6 naar rechts)}]{\text{translatie }(6,0)}$ $y_2=\frac{1}{2}(x-6)^2.$



3b Zie een plot hiernaast.
$y_1=\frac{1}{2}x^2$ ☺ $\xrightarrow[\text{(4 naar links)}]{\text{translatie }(-4,0)}$ $y_3=\frac{1}{2}(x+4)^2.$

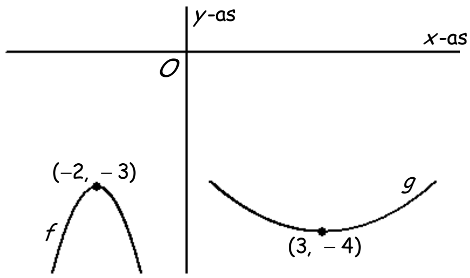
3c $y=\frac{1}{2}x^2$ ☺ $\xrightarrow[\text{(2 naar rechts)}]{\text{translatie }(2,0)}$ $y=\frac{1}{2}(x-2)^2.$

4a $y=-5x^2$ ☹ $\xrightarrow{\text{translatie }(2,5)}$ $y=-5(x-2)^2+5.$

4b $y=-5x^2$ ☹ $\xrightarrow{\text{translatie }(-3,6)}$ $y=-5(x+3)^2+6.$

4c $y=-5x^2$ ☹ $\xrightarrow{\text{translatie }(7,0)}$ $y=-5(x-7)^2.$

5 $y=2x^2$ ☺ $\xrightarrow{\text{translatie }(-2,0)}$ $g(x)=2(x+2)^2;$ $y=2x^2$ ☺ $\xrightarrow{\text{translatie }(-1,-3)}$ $k(x)=2(x+1)^2-3$ en
$y=2x^2$ ☺ $\xrightarrow{\text{translatie }(2,-2)}$ $h(x)=2(x-2)^2-2;$ $y=2x^2$ ☺ $\xrightarrow{\text{translatie }(1,-4)}$ $l(x)=2(x-1)^2-4$



6a $y=-2x^2$ ☹ $\xrightarrow{\text{translatie }(-2,-3)}$ $f(x)=-2(x+2)^2-3$.
max $y(0)=0$ — max $f(-2)=-3$
$B=\langle\leftarrow,0]$ — $B_f=\langle\leftarrow,-3]$
Zie een schets hiernaast.

6b $y=0{,}18x^2$ ☺ $\xrightarrow{\text{translatie }(3,-4)}$ $g(x)=0{,}18(x-3)^2-4$.
min $y(0)=0$ — min $g(3)=-4$
$B=[0,\rightarrow\rangle$ — $B_g=[-4,\rightarrow\rangle$
Zie een schets hiernaast.

7a $y=-3x^2$ ☹ $\xrightarrow{\text{translatie }(0,2)}$ $f(x)=-3x^2+2$ met maximum $f(0)=2$ en bereik $B_f=\langle\leftarrow,\ 2]$.

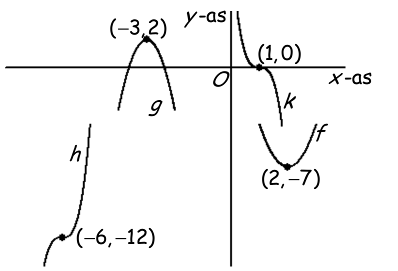
7b $y=-3x^4$ ☹ $\xrightarrow{\text{translatie }(2,8)}$ $g(x)=-3(x-2)^4+8$ met maximum $g(2)=8$ en bereik $B_g=\langle\leftarrow,\ 8]$.

7c $y=5x^2$ ☺ $\xrightarrow{\text{translatie }(-1,0)}$ $h(x)=5(x+1)^2$ met minimum $h(-1)=0$ en bereik $B_h=[0,\ \rightarrow\rangle$.

7d $y=5x^6$ ☺ $\xrightarrow{\text{translatie }(0,1)}$ $k(x)=5x^6+1$ met minimum $k(0)=1$ en bereik $B_k=[1,\ \rightarrow\rangle$.

7e $y=-\frac{1}{2}x^2$ ☹ $\xrightarrow{\text{translatie }(100,0)}$ $l(x)=-\frac{1}{2}(x-100)^2$ met maximum $l(100)=0$ en bereik $B_l=\langle\leftarrow,\ 0]$.

7f $y=-0{,}4x^2$ ☹ $\xrightarrow{\text{transl. }(-0{,}1;\,-0{,}3)}$ $m(x)=-0{,}4(x+0{,}1)^2-0{,}3$ met max. $m(-0{,}1)=-0{,}3$ en bereik $B_m=\langle\leftarrow,\ -0{,}3]$.

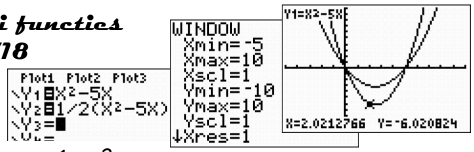


8a $y=3x^4$ ☺ $\xrightarrow{\text{transl. }(2,-7)}$ $f(x)=3(x-2)^4-7$ met top $(2,\ -7)$.

8b $y=-5x^6$ ☹ $\xrightarrow{\text{transl. }(-3,2)}$ $g(x)=-5(x+3)^6+2$ met top $(-3,\ 2)$.

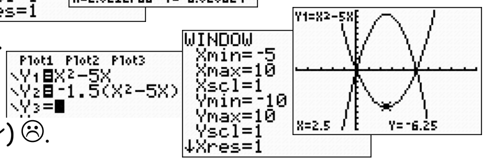
8c $y=8x^5$ $\xrightarrow{\text{transl. }(-6,-12)}$ $h(x)=8(x+6)^5-12$ met punt van symm. $(-6,\ -12)$.

8d $y=-8x^3$ $\xrightarrow{\text{transl. }(1,0)}$ $k(x)=-8(x-1)^3$ met punt van symm. $(1,\ 0)$.



9a Zie een plot hiernaast.

$y_1 = x^2 - 5x$ ☺ $\xrightarrow{\text{vermenigvuldiging t.o.v. de } x\text{-as met } \frac{1}{2}}$ $y_2 = \frac{1}{2}(x^2 - 5x)$ ☺.



9b Zie een plot hiernaast.

$y_1 = x^2 - 5x$ ☺ $\xrightarrow{\text{vermenigvuldiging t.o.v. de } x\text{-as met } -1\frac{1}{2}}$ $y_3 = -1\frac{1}{2}(x^2 - 5x)$ ☹.

10 $y = -\frac{1}{2}x^3 \xrightarrow{\text{transl. } (-3,-5)} y = -\frac{1}{2}(x+3)^3 - 5 \xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, -3)} y = -3\left(-\frac{1}{2}(x+3)^3 - 5\right) = 1\frac{1}{2}(x+3)^3 + 15.$

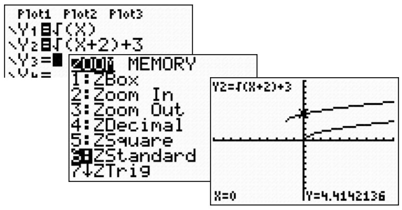
11a $y = 0{,}3x^4$ (top $(0,0)$) $\xrightarrow{\text{transl. } (-5, 6)}$ $y = 0{,}3(x+5)^4 + 6$ (top $(-5,6)$) $\xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, 3)}$ $y = 3\left(0{,}3(x+5)^4 + 6\right) = 0{,}9(x+5)^4 + 18.$ (top $(-5,18)$)

11b $y = 0{,}3x^4$ (top $(0,0)$) $\xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, 3)}$ $y = 0{,}9x^4$ (top $(0,0)$) $\xrightarrow{\text{transl. } (-5, 6)}$ $y = 0{,}9(x+5)^4 + 6.$ (top $(-5,6)$)

12a Vermenigvuldiging ten opzichte van de x-as met -1 komt op hetzelfde neer als spiegelen in de x-as.

12b $y = 3(x-1)^2 - 6 \xrightarrow{\text{spiegelen in de } x\text{-as}} y = -\left(3(x-1)^2 - 6\right)$ ofwel $y = -3(x-1)^2 + 6.$

13a Het domein is $D = [0, \rightarrow\rangle$ (ofwel $x \geq 0$) en het bereik is $B = [0, \rightarrow\rangle$ (ofwel $y \geq 0$).



13b $y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{transl. } (-2, 3)} y = \sqrt{x+2} + 3.$

13c $y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{transl. } (1, -4)} y = \sqrt{x-1} - 4.$

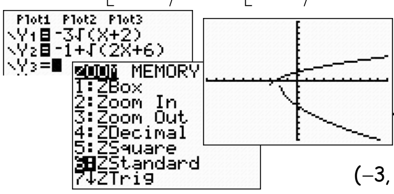
13d $y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{transl. } (1, 0)} y = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, 3)} y = 3\sqrt{x-1}$ of
$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, 3)} y = 3\sqrt{x} \xrightarrow{\text{transl. } (1, 0)} y = 3\sqrt{x-1}.$

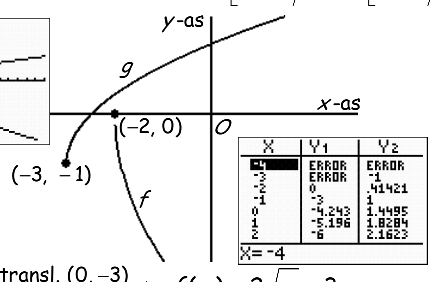
13e $y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{verm.}_{x\text{-as}},\ \sqrt{2}} y = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{2x}$ of $y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{verm. } (y\text{-as}, \frac{1}{2})} y = \sqrt{2x}.$

14a $y = \sqrt{x}$ ($D = [0, \rightarrow\rangle$ en $B = [0, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{transl. } (-2, 0)}$ $y = \sqrt{x+2}$ ($D = [-2, \rightarrow\rangle$ en $B = [0, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, -3)}$ $f(x) = -3\sqrt{x+2}.$ ($D = [-2, \rightarrow\rangle$ en $B = \langle\leftarrow, 0]$)

$y = \sqrt{x}$ ($D = [0, \rightarrow\rangle$ en $B = [0, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{transl. } (-6, -1)}$ $y = \sqrt{x+6} - 1$ ($D = [-6, \rightarrow\rangle$ en $B = [-1, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{verm. } (y\text{-as}, \frac{1}{2})}$ $g(x) = \sqrt{2x+6} - 1 = -1 + \sqrt{2x+6}.$ ($D = [-3, \rightarrow\rangle$ en $B = [-1, \rightarrow\rangle$)

14b Zie een schets rechts hiernaast.
(gebruik eventueel een plot op de GR)



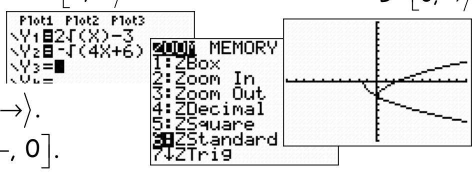


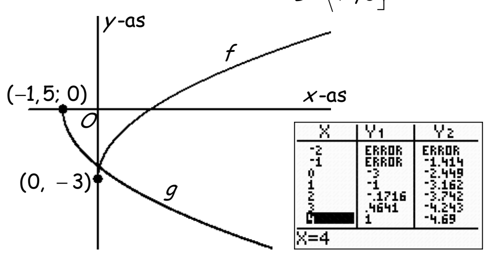
14c $D_f = [-2, \rightarrow\rangle$ en $B_f = \langle\leftarrow, 0]$.
$D_g = [-3, \rightarrow\rangle$ en $B_g = [-1, \rightarrow\rangle$.
(zie 14a voor uitleg)

15a $y = \sqrt{x}$ ($D = [0, \rightarrow\rangle$ en $B = [0, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, 2)}$ $y = 2\sqrt{x}$ ($D = [0, \rightarrow\rangle$ en $B = [0, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{transl. } (0, -3)}$ $f(x) = 2\sqrt{x} - 3.$ ($D = [0, \rightarrow\rangle$ en $B = [-3, \rightarrow\rangle$)

$y = \sqrt{x}$ ($D = [0, \rightarrow\rangle$, $B = [0, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{transl. } (-6, 0)}$ $y = \sqrt{x+6}$ ($D = [-6, \rightarrow\rangle$, $B = [0, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{verm. } (y\text{-as}, \frac{1}{4})}$ $y = \sqrt{4x+6}$ ($D = [-1\frac{1}{2}, \rightarrow\rangle$, $B = [0, \rightarrow\rangle$) $\xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, -1)}$ $g(x) = -\sqrt{4x+6}.$ ($D = [-1\frac{1}{2}, \rightarrow\rangle$, $B = \langle\leftarrow, 0]$)

15b Zie een schets hiernaast.
(gebruik eventueel de GR)





15c $D_f = [0, \rightarrow\rangle$ en $B_f = [-3, \rightarrow\rangle$.
$D_g = [-1\frac{1}{2}, \rightarrow\rangle$ en $B_g = \langle\leftarrow, 0]$.
(zie 15a voor uitleg)

16a $y = \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{transl. } (-5,\,3)}$ $f(x) = \sqrt{x+5} + 3.$

beginpunt $(0, 0)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [0, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(-5, 3)$; $D = [-5, \rightarrow\rangle$; $B = [3, \rightarrow\rangle$

16b $y = \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{transl. } (-3,\,-7)}$ $y = \sqrt{x+3} - 7$ $\xrightarrow{\text{verm. } (y\text{-as},\ \frac{1}{2})}$ $g(x) = \sqrt{2x+3} - 7.$

beginpunt $(0, 0)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [0, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(-3, -7)$; $D = [-3, \rightarrow\rangle$; $B = [-7, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(-1\frac{1}{2}, -7)$; $D = [-1\frac{1}{2}, \rightarrow\rangle$; $B = [-7, \rightarrow\rangle$

16c $y = \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{transl. } (-1,\,0)}$ $y = \sqrt{x+1}$ $\xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as},\ -2)}$ $h(x) = -2\sqrt{x+1}.$

beginpunt $(0, 0)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [0, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(-1, 0)$; $D = [-1, \rightarrow\rangle$; $B = [0, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(-1, 0)$; $D = [-1, \rightarrow\rangle$; $B = \langle\leftarrow, 0]$

16d $y = \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as},\ 3)}$ $y = 3\sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{transl. } (0,\,1)}$ $k(x) = 3\sqrt{x} + 1.$

beginpunt $(0, 0)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [0, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(0, 0)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [0, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(0, 1)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [1, \rightarrow\rangle$

16e $y = \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as},\ -1)}$ $y = -\sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{transl. } (1,\,-1)}$ $l(x) = -\sqrt{x-1} - 1.$

beginpunt $(0, 0)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [0, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(0, 0)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = \langle\leftarrow, 0]$ → beginpunt $(1, -1)$; $D = [1, \rightarrow\rangle$; $B = \langle\leftarrow, -1]$

16f $y = \sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{transl. } (0,\,-3)}$ $y = \sqrt{x} - 3$ $\xrightarrow{\text{verm. } (y\text{-as},\ \frac{1}{5})}$ $m(x) = -3 + \sqrt{5x}.$

beginpunt $(0, 0)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [0, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(0, -3)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [-3, \rightarrow\rangle$ → beginpunt $(0, -3)$; $D = [0, \rightarrow\rangle$; $B = [-3, \rightarrow\rangle$

17a $\sqrt{2x-5} = 3$ (beide kanten kwadrateren)
$2x - 5 = 9$
$2x = 14$
$x = 7$

17b $\sqrt{2x-5} = -3$ ($\sqrt{\ldots}$ kan niet negatief zijn)
Dus de vergelijking $\sqrt{2x-5} = -3$ heeft geen oplossing.

18a $x = \sqrt{5x+14}$ (kwadrateren)
$x^2 = 5x + 14$
$x^2 - 5x - 14 = 0$
$(x-7)(x+2) = 0$
$x = 7 \vee x = -2$ (controleren)
$x = 7$ voldoet (want $7 = \sqrt{49}$)
$x = -2$ voldoet niet (want $-2 \neq \sqrt{\ldots}$).

```
√(5*7+14)
                7
```

18b $3x = \sqrt{8x+20}$ (kwadrateren)
$9x^2 = 8x + 20$
$9x^2 - 8x - 20 = 0$
$D = (-8)^2 - 4 \cdot 9 \cdot -20 = 784$
$x = \frac{8+28}{2 \cdot 9} = \frac{36}{18} = 2 \vee x = \frac{8-28}{2 \cdot 9} = \frac{-20}{18} = -1\frac{1}{9}$ (controleren)
$x = 2$ voldoet (want $6 = \sqrt{36}$)
$x = -1\frac{1}{9}$ voldoet niet (want $-3\frac{3}{9} \neq \sqrt{\ldots}$).

```
(-8)²-4*9*-20
              784
√(784
               28
```

```
3*2
                6
√(8*2+20)
                6
```

18c $5\sqrt{x} = x$ (kwadrateren)
$25x = x^2$
$x^2 - 25x = 0$
$x(x-25) = 0$
$x = 0 \vee x = 25$ (controleren)
$x = 0$ voldoet (want $5 \cdot \sqrt{0} = 0$)
$x = 25$ voldoet (want $5 \cdot \sqrt{25} = 25$).

```
0*√(0)
                0
5*√(25)
               25
```

18d $3x = \sqrt{18x+72}$ (kwadrateren)
$9x^2 = 18x + 72$
$9x^2 - 18x - 72 = 0$
$x^2 - 2x - 8 = 0$
$(x-4)(x+2) = 0$
$x = 4 \vee x = -2$ (controleren)
$x = 4$ voldoet (want $12 = \sqrt{72+72}$)
$x = -2$ voldoet niet (want $-6 \neq \sqrt{\ldots}$).

```
3*4
               12
√(18*4+72)
               12
```

19a $4 - 3\sqrt{x} = 2$ (wortelvorm isoleren)
$2 = 3\sqrt{x}$ (kwadrateren)
$4 = 9x$
$x = \frac{4}{9}$ (controleren)
$x = \frac{4}{9}$ voldoet (want $4 - 3 \cdot \sqrt{\frac{4}{9}} = 2$).

```
4-3√(4/9)
                2
```

19b $5\sqrt{x} - 2x = 0$ (wortelvorm isoleren)
$5\sqrt{x} = 2x$ (kwadrateren)
$25x = 4x^2$
$4x^2 - 25x = 0$
$x(4x - 25) = 0$
$x = 0 \vee 4x = 25$
$x = 0 \vee x = \frac{25}{4}$
$x = 0$ voldoet (want $5 \cdot \sqrt{0} - 0 = 0$)
$x = \frac{25}{4}$ voldoet (want $5 \cdot \sqrt{\frac{25}{4}} - 2 \cdot \frac{25}{4} = 0$).

```
5*√(25/4)-2*25/4
                0
```

19c $2x - 5\sqrt{x} = 3$ (wortelvorm isoleren)
$2x - 3 = 5\sqrt{x}$ (kwadrateren)
$(2x-3)(2x-3) = 25x$
$4x^2 - 6x - 6x + 9 = 25x$
$4x^2 - 37x + 9 = 0$
$D = (-37)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 1225$
$x = \frac{37+35}{2 \cdot 4} = \frac{72}{8} = 9 \vee x = \frac{37-35}{2 \cdot 4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (controleren)
$x = 9$ voldoet (want $18 - 5 \cdot \sqrt{9} = 3$)
$x = \frac{1}{4}$ voldoet niet (want $\frac{1}{2} - 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} \neq 3$).

```
(-37)²-4*4*9
            1225
√(1225)
              35
```

```
2*9-5*√(9)
               3
2*1/4-5*√(1/4)
              -2
```

19d $5x - 2\sqrt{x} = 3$ (wortelvorm isoleren)
$5x - 3 = 2\sqrt{x}$ (kwadrateren)
$(5x-3)(5x-3) = 4x$
$25x^2 - 15x - 15x + 9 = 4x$
$25x^2 - 34x + 9 = 0$
$D = (-34)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 9 = 256$
$x = \frac{34+16}{2 \cdot 25} = \frac{50}{50} = 1 \vee x = \frac{34-16}{2 \cdot 25} = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}$ (controleren)
$x = 1$ voldoet (want $5 - 2 = 3$)
$x = \frac{9}{25}$ voldoet niet (want $5 \cdot \frac{9}{25} - 2 \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} \neq 3$).

```
(-34)²-4*25*9
             256
√(256)
              16
```

```
5*1-2*√(1)
               3
5*9/25-2*√(9/25)
              .6
```

20a $2x + \sqrt{x} = 10$ (wortelvorm isoleren)
$\sqrt{x} = 10 - 2x$ (kwadrateren)
$x = (10-2x)(10-2x)$
$x = 100 - 20x - 20x + 4x^2$
$0 = 4x^2 - 41x + 100$
$D = (-41)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 100 = 81$
$x = \frac{41+9}{2 \cdot 4} = \frac{50}{8} = \frac{25}{4} \vee x = \frac{41-9}{2 \cdot 4} = \frac{32}{8} = 4$ (controleren)
$x = \frac{25}{4}$ voldoet niet (want $\frac{25}{2} + \sqrt{\frac{25}{4}} \neq 10$)
$x = 4$ voldoet (want $8 + \sqrt{4} = 10$).

```
(-41)²-4*4*100
              81
√(81)
               9
```

```
25/2+√(25/4)
              15
8+√(4)
              10
```

20c $2x + \sqrt{x} = 6$ (wortelvorm isoleren)
$\sqrt{x} = 6 - 2x$ (kwadrateren)
$x = (6-2x)(6-2x)$
$x = 36 - 12x - 12x + 4x^2$
$0 = 4x^2 - 25x + 36$
$D = (-25)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 36 = 49$
$x = \frac{25+7}{2 \cdot 4} = \frac{32}{8} = 4 \vee x = \frac{25-7}{2 \cdot 4} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$ (controleren)
$x = 4$ voldoet niet (want $8 + \sqrt{4} \neq 6$)
$x = \frac{9}{4}$ voldoet (want $\frac{9}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}} = 6$).

```
(-25)²-4*4*36
              49
√(49)
               7
```

```
2*4+√(4)
              10
2*9/4+√(9/4)
               6
```

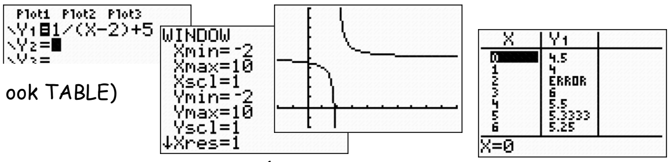
20b $\sqrt{x+12} = x$ (kwadrateren)
$x + 12 = x^2$
$0 = x^2 - x - 12$
$(x-4)(x+3) = 0$
$x = 4 \vee x = -3$ (controleren)
$x = 4$ voldoet (want $\sqrt{4+12} = 4$)
$x = -3$ voldoet niet (want $\sqrt{-3+12} \neq -3$).

```
√(4+12)
               4
√(-3+12)
               3
```

20d $10 - x\sqrt{x} = 2$ (wortelvorm isoleren)
$8 = x\sqrt{x}$ (kwadrateren)
$64 = x^3$
$x = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$ (controleren)
$x = 4$ voldoet (want $10 - 4 \cdot \sqrt{4} = 2$).

```
³√(64)
               4
10-4√(4)
               2
```

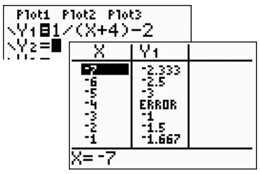
21a Zie de plot hiernaast.



21b $x = 2$ geeft $y = \frac{1}{2-2} + 5 = \frac{1}{0} + 5$ kan niet. (zie ook TABLE)
(delen door nul is niet toegestaan)

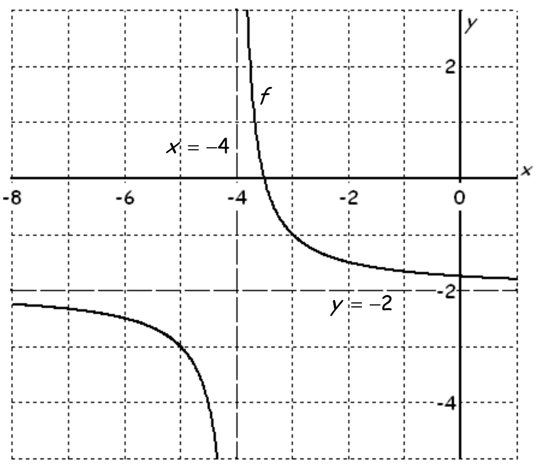
21c $y = 5 \Rightarrow \frac{1}{x-2} + 5 = 5 \Rightarrow \frac{1}{x-2} = 0$ kan niet. Dus de grafiek van $y = \frac{1}{x-2} + 5$ snijdt de lijn $y = 5$ niet.

22a $y = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{transl. } (-4,-2)} f(x) = \frac{1}{x+4} - 2.$
V.A.: $x = 0$ — V.A.: $x = -4$
H.A.: $y = 0$ — H.A.: $y = -2$

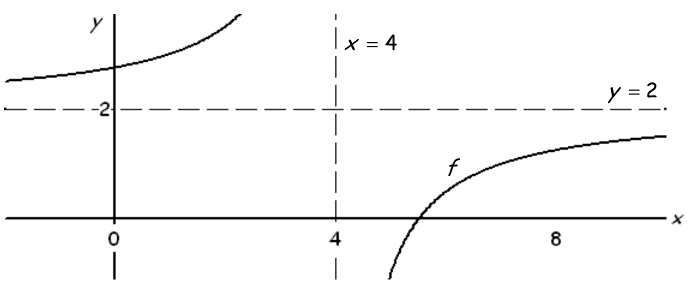


22b $f(x)$ heeft V(orizontale) A(symptoot): $x = -4$
en H(erticale) A(symptoot): $y = -2$.

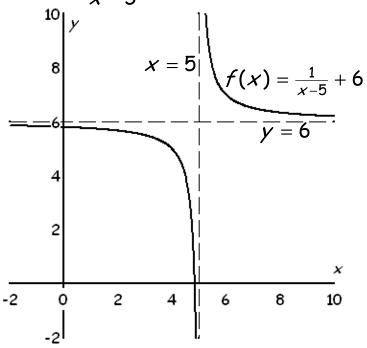
22c Zie de grafiek hiernaast.



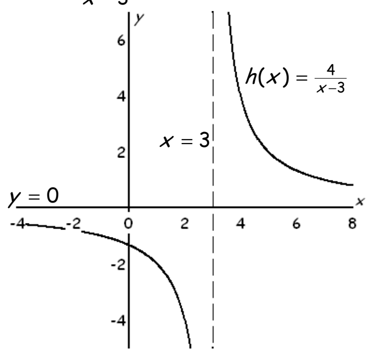
23ab $y = \frac{1}{x} \xrightarrow[x\text{-as met } -3]{\text{verm. t.o.v.}} y = \frac{-3}{x} \xrightarrow{\text{transl. } (4,2)} f(x) = \frac{-3}{x-4} + 2.$
V.A.: $x = 0$ — V.A.: $x = 0$ — V.A.: $x = 4$
H.A.: $y = 0$ — H.A.: $y = 0$ — H.A.: $y = 2$
Zie de schets hieronder.



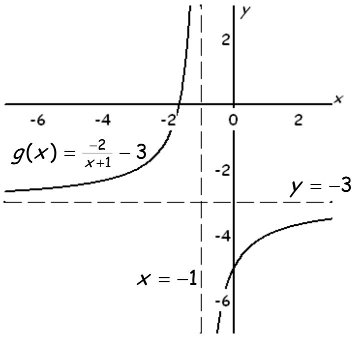
24a $f(x) = \frac{1}{x-5} + 6$ met V.A.: $x = 5$ en H.A.: $y = 6$.



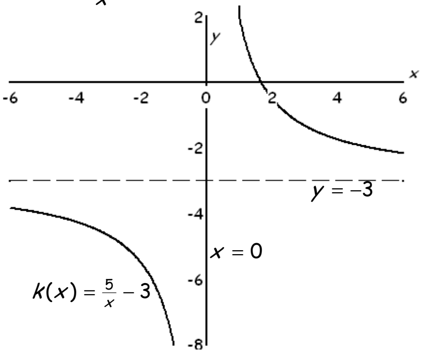
24c $h(x) = \frac{4}{x-3}$ met V.A.: $x = 3$ en H.A.: $y = 0$.



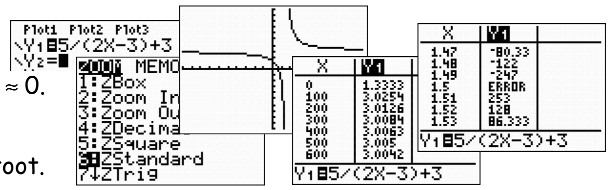
24b $g(x) = \frac{-2}{x+1} - 3$ met V.A.: $x = -1$ en H.A.: $y = -3$.



24d $k(x) = \frac{5}{x} - 3$ met V.A.: $x = 0$ en H.A.: $y = -3$.



25a Zie een plot hiernaast.



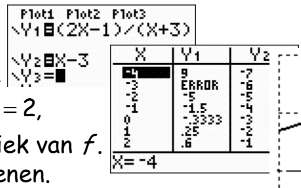
25b Voor grote waarden van x wordt $2x - 3$ heel groot, dus $\frac{5}{2x-3} \approx 0$.
Dus voor grote x wordt $f(x) = \frac{5}{2x-3} + 3 \approx 0 + 3 = 3$.
De grafiek van $f(x)$ heeft de lijn $y = 3$ als horizontale asymptoot.

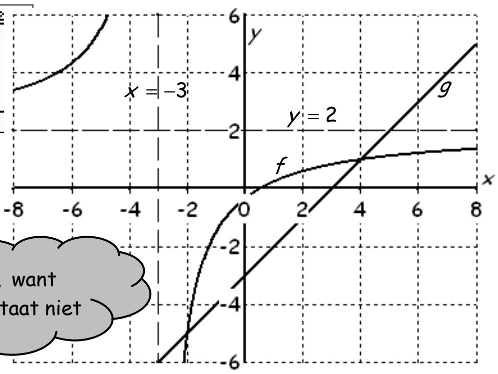
25c Voor $x = 1\frac{1}{2}$ wordt de noemer $2x - 3$ gelijk aan nul.
Voor x een heel klein beetje kleiner dan $1\frac{1}{2}$ wordt $f(x) = \frac{5}{2x-3} + 3$ heel klein (heel groot negatief).
Voor x een heel klein beetje groter dan $1\frac{1}{2}$ wordt $f(x) = \frac{5}{2x-3} + 3$ heel groot (positief).
De grafiek van $f(x) = \frac{5}{2x-3} + 3$ heeft de lijn $x = 1\frac{1}{2}$ als verticale asymptoot.

26a De grafiek van $f(x) = \frac{3x}{4-x} + 2$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $4 - x = 0 \Rightarrow -x = -4 \Rightarrow$) $x = 4$.
Voor grote waarden van x is $f(x) = \frac{3x}{4-x} + 2 \approx \frac{3x}{-x} + 2 = -3 + 2 = -1 \Rightarrow$ de lijn $y = -1$ is horizontale asymptoot.

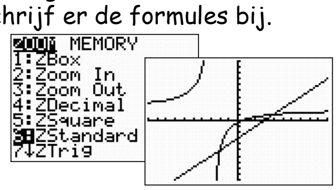
26b De grafiek van $g(x) = \frac{2x-3}{5+2x}$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $5 + 2x = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow$) $x = -2\frac{1}{2}$.
Voor grote waarden van x is $g(x) = \frac{2x-3}{5+2x} \approx \frac{2x}{2x} = 1 \Rightarrow$ de lijn $y = 1$ is horizontale asymptoot van de grafiek van g.

27a De grafiek van $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $x + 3 = 0 \Rightarrow$) $x = -3$.
Voor grote waarden van x is $f(x) = \frac{2x-1}{x+3} \approx \frac{2x}{x} = 2$,
dus $y = 2$ is horizontale asymptoot van de grafiek van f.
Gebruik TABLE op de GR om de grafiek te tekenen.
Stippel de asymptoten en schrijf er de formules bij.
Hiernaast staat de grafiek.





27b $f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{2x-1}{x+3} = \frac{x-3}{1}$
$(x+3)(x-3) = 1 \cdot (2x-1)$
$x^2 - 3x + 3x - 9 = 2x - 1$
$x^2 - 2x - 8 = 0$
$(x-4)(x+2) = 0$
$x = 4 \vee x = -2$.



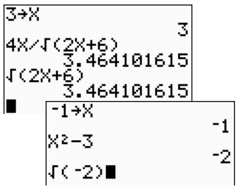
$x \neq -3$, want $f(-3)$ bestaat niet

$f(x) \leq g(x)$ geeft (gebruik de oplossing hiernaast en de grafiek hierboven) $-3 < x \leq -2 \vee x \geq 4$.

28a $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{1}$
$(x-1)(x-1) = x+1$
$x^2 - x - x + 1 = x + 1$
$x^2 - 3x = 0$
$x(x-3) = 0$
$x = 0 \vee x = 3.$

28b $\frac{x}{1} = \frac{15}{x-2}$
$x(x-2) = 15$
$x^2 - 2x = 15$
$x^2 - 2x - 15 = 0$
$(x-5)(x+3) = 0$
$x = 5 \vee x = -3.$

28c $\frac{4x}{\sqrt{2x+6}} = \frac{\sqrt{2x+6}}{1}$
$4x = \sqrt{2x+6} \cdot \sqrt{2x+6}$
$4x = 2x + 6$
$2x = 6$
$x = 3.$



28d $\frac{2x}{\sqrt{x^2-3}} = \frac{\sqrt{x^2-3}}{1}$
$2x = x^2 - 3$
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$(x-3)(x+1) = 0$
$x = 3.$
($x = -1$ voldoet niet)

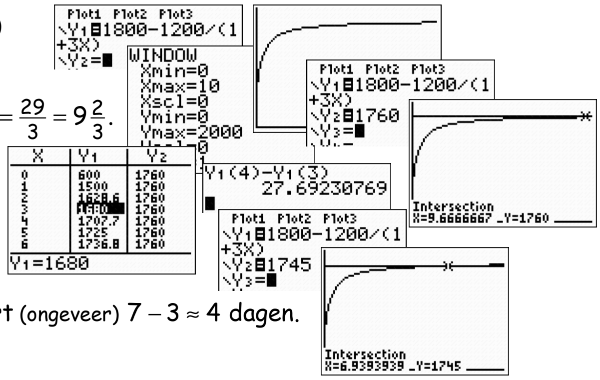
29a Voor grote t is $N = 1800 - \frac{1200}{1+3t} \approx 1800 - \frac{1200}{3t} \approx 1800 - 0 = 1800.$
Dus de lijn $N = 1800$ is een horizontale asymptoot.
Praktische betekenis: het aantal insecten nadert op den duur naar 1800 (stuks).

29b Maak een schets van de plot hiernaast. (stippel de H.A.: $N = 1800$)

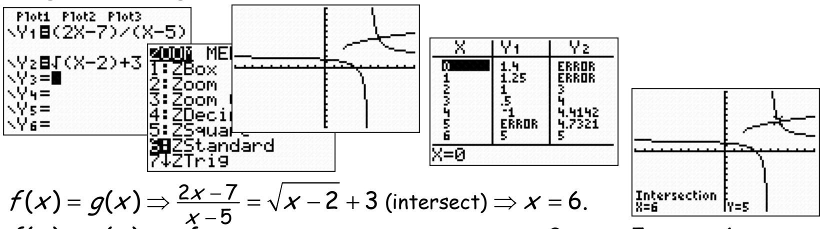
29c $N = 1800 - \frac{1200}{1+3t} = 1760$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 9{,}7.$
Of $\frac{40}{1} = \frac{1200}{1+3t} \Rightarrow 1200 = 40(1+3t) \Rightarrow 30 = 1 + 3t \Rightarrow 3t = 29 \Rightarrow t = \frac{29}{3} = 9\frac{2}{3}.$
Dus op de tiende dag (van $t = 9$ tot $t = 10$) zijn er 1760 insecten.

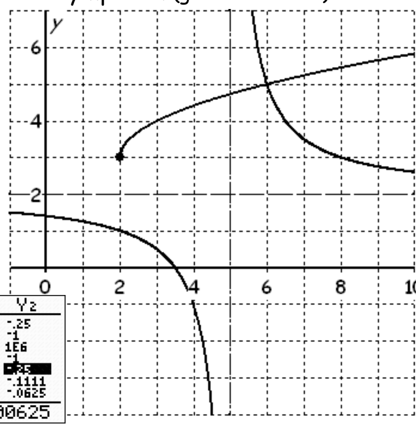
29d Op de vierde dag (die loopt van $t = 3$ tot $t = 4$) zijn er (TABLE of)
$N(4) - N(3) \approx 1708 - 1680 = 28$ insecten bijgekomen.

29e $N = 1800 - \frac{1200}{1+3t} = 1680$ (intersect/algebraïsch/29d) $\Rightarrow t = 3.$
$N = 1800 - \frac{1200}{1+3t} = 1745$ (intersect/algebraïsch) $\Rightarrow t \approx 7.$ Het duurt (ongeveer) $7 - 3 \approx 4$ dagen.



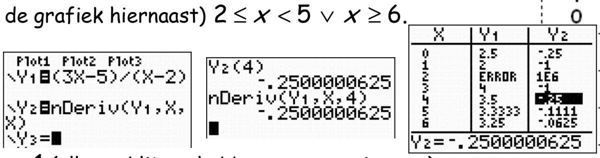
30a De grafiek van $f(x) = \frac{2x-7}{x-5}$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $x - 5 = 0 \Rightarrow$) $x = 5.$
Voor grote waarden van x is $f(x) = \frac{2x-7}{x-5} \approx \frac{2x}{x} = 2 \Rightarrow$ de lijn $y = 2$ is horizontale asymptoot. (gebruik TABLE)
De grafiek van $g(x) = \sqrt{x-2} + 3$ alleen voor ($x - 2 \geq 0 \Rightarrow$) $x \geq 2$. (gebruik TABLE)





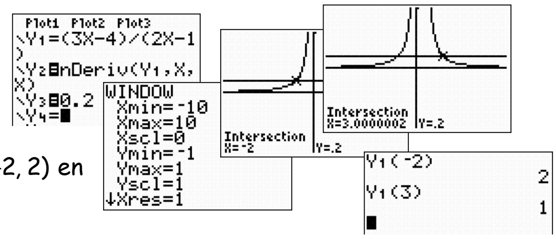
30b $f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{2x-7}{x-5} = \sqrt{x-2} + 3$ (intersect) $\Rightarrow x = 6.$
$f(x) \leq g(x)$ geeft (gebruik ook de grafiek hiernaast) $2 \leq x < 5 \vee x \geq 6.$

31a Zie de schermen hiernaast.
31b Twee raaklijnen met rc $= -1$.

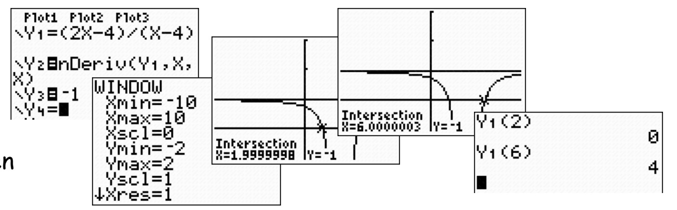


31c Er zijn geen raaklijnen met rc $= 1$ (alle raaklijnen hebben een negatieve rc).

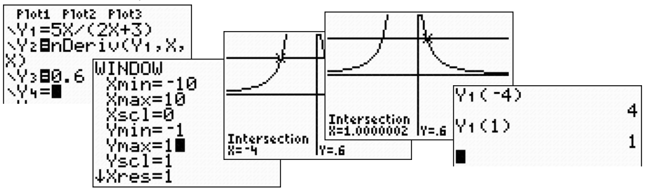
32 $f(x) = \frac{3x-4}{2x-1}$ kunnen we nog niet differentiëren,
dus $f'(x)$ op de GR benaderen met nDeriv($Y1, X, X$).
$f'(x) = 0{,}2$ geeft dan met intersect $x = -2 \vee x = 3.$
($x = -2$ en $x = 3$ zijn nu de x-coördinaten van de raakpunten)
$x = -2$ geeft $f(-2) = \frac{-6-4}{-4-1} = \frac{-10}{-5} = 2 \Rightarrow$ raakpunt $A(-2, 2)$ en
$x = 3$ geeft $f(3) = \frac{9-4}{6-1} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow$ raakpunt $B(3, 1)$.



33 $f(x) = \frac{2x-4}{x-4}$ kunnen we nog niet differentiëren,
dus $f'(x)$ op de GR benaderen met nDeriv($Y1, X, X$).
$f'(x) = -1$ geeft dan met intersect $x = 2 \vee x = 6.$
($x = 2$ en $x = 6$ zijn de x-coördinaten van de raakpunten)
$x = 2$ geeft $f(2) = \frac{4-4}{2-4} = \frac{0}{-2} = 0 \Rightarrow$ raakpunt $A(2, 0)$ en
$x = 6$ geeft $f(6) = \frac{12-4}{6-4} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow$ raakpunt $B(6, 4)$.
m: $y = -x + b$ door $A(2, 0)$ geeft $2 = -0 + b \Rightarrow b = 2$ en
n: $y = -x + q$ door $B(6, 4)$ geeft $4 = -6 + q \Rightarrow q = 4 + 6 = 10.$
De twee raaklijnen met richtingscoëfficiënt -1 zijn m: $y = -x + 2$ en n: $y = -x + 10$.

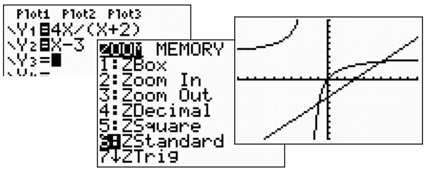


34 $f(x)=\frac{5x}{2x+3}$ kunnen we nog niet differentiëren, dus $f'(x)$ op de GR benaderen met nDeriv($Y1, X, X$).
$f'(x)=g'(x)$ $(g(x)=0,6x+3 \Rightarrow g'(x)=0,6)$
$f'(x)=0,6$ geeft met intersect $x=-4 \vee x=1$.
$f(-4)=\frac{-20}{-8+3}=\frac{-20}{-5}=4 \Rightarrow$ raakpunt $A(-4, 4)$ en
$f(1)=\frac{5}{2+3}=\frac{5}{5}=1 \Rightarrow$ raakpunt $B(1, 1)$.



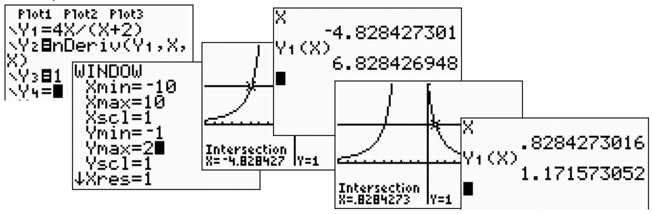
35a De grafiek van $f(x)=\frac{4x}{x+2}$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $x+2=0 \Rightarrow$) $x=-2$.
Voor grote waarden van x is $f(x)=\frac{4x}{x+2}\approx\frac{4x}{x}=4 \Rightarrow$ de lijn $y=4$ is horizontale asymptoot van de grafiek van f.

35b $f(x)=g(x) \Rightarrow \frac{4x}{x+2}=\frac{x-3}{1}$
$(x+2)(x-3)=4x$
$x^2-3x+2x-6=4x$
$x^2-5x-6=0$
$(x-6)(x+1)=0$
$x=6 \vee x=-1$.

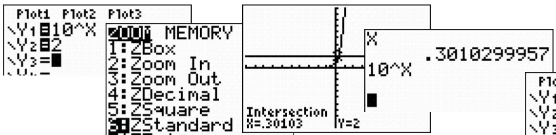


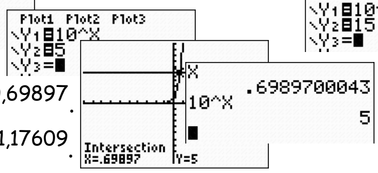
$f(x)>g(x)$ geeft (gebruik 35ab en de plot hierboven) $x<-2 \vee -1<x<6$.

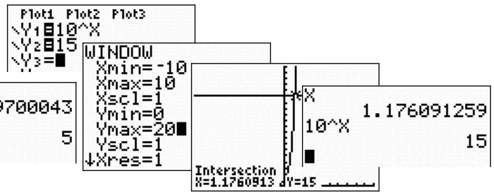
35c $f(x)=\frac{4x}{x+2} \Rightarrow f'(x)$ benaderen op de GR.
$f'(x)=g'(x)$ $(g(x)=x-3 \Rightarrow g'(x)=1)$
$f'(x)=1$ geeft met intersect $x\approx-4,828... \vee x\approx0,828...$
$f(-4,828...)\approx6,828... \Rightarrow$ raakpunt $A(-4,83; 6,83)$ en
$f(0,828...)\approx1,171... \Rightarrow$ raakpunt $B(0,83; 1,17)$.



36a $10^x=2$ (intersect) $\Rightarrow x\approx0,30103$.







36b $10^x=5$ (intersect) $\Rightarrow x\approx0,69897$. Dus $5\approx10^{0,69897}$.

36c $10^x=15$ (intersect) $\Rightarrow x\approx1,17609$. Dus $15\approx10^{1,17609}$.

37a $25=10^{\log(25)}$. 37b $\sqrt{2}=10^{\log(\sqrt{2})}$.

Onthoud: $10^{\cdots}$ en log(... *heffen elkaar op.*

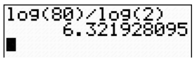
38a $7=10^{\log(7)} \Rightarrow 7^x=\left(10^{\log(7)}\right)^x=10^{x\cdot\log(7)}$. (bij machten van machten doe je de exponenten vermenigvuldigen)

38b $20=10^{\log(20)}$.

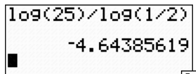
38c $\left.\begin{array}{l}7^x=10^{x\cdot\log(7)} \text{ (zie 38a)}\\ 20=10^{\log(20)} \text{ (zie 38b)}\end{array}\right\} \Rightarrow 7^x=20$ geeft $10^{x\cdot\log(7)}=10^{\log(20)}$ ofwel $x\cdot\log(7)=\log(20)$.

38d $x\cdot\log(7)=\log(20) \Rightarrow x=\frac{\log(20)}{\log(7)}$. Dus $7^x=20$ oplossen geeft $x=\frac{\log(20)}{\log(7)}$.

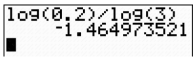
39a ${}^{2}\log(80)=\frac{\log(80)}{\log(2)}\approx6,322$.



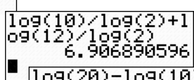
39d ${}^{\frac{1}{2}}\log(25)=\frac{\log(25)}{\log(\frac{1}{2})}\approx-4,644$.



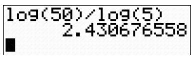
39b ${}^{3}\log(0,2)=\frac{\log(0,2)}{\log(3)}\approx-1,465$.



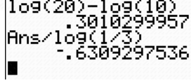
39e ${}^{2}\log(10)+{}^{2}\log(12)=\frac{\log(10)}{\log(2)}+\frac{\log(12)}{\log(2)}\approx6,907$.



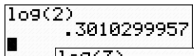
39c ${}^{5}\log(50)=\frac{\log(50)}{\log(5)}\approx2,431$.



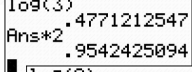
39f ${}^{\frac{1}{3}}\log(20)-{}^{\frac{1}{3}}\log(10)=\frac{\log(20)}{\log(\frac{1}{3})}-\frac{\log(10)}{\log(\frac{1}{3})}\approx-0,631$.



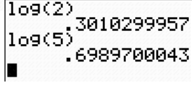
40a $2^{x+1}=\left(10^{\log(2)}\right)^{x+1}=10^{(x+1)\cdot\log(2)}=10^{x\cdot\log(2)+1\cdot\log(2)}\approx10^{0,301x+0,301}$.



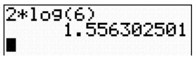
40b $3^{2x+1}=\left(10^{\log(3)}\right)^{2x-1}=10^{(2x-1)\cdot\log(3)}=10^{2x\cdot\log(3)-1\cdot\log(3)}\approx10^{0,954x-0,477}$.



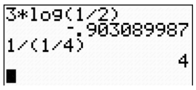
40c $2\cdot5^x=2\cdot\left(10^{\log(5)}\right)^x=10^{\log(2)}\cdot10^{x\cdot\log(5)}=10^{\log(2)+x\cdot\log(5)}\approx10^{0,301+0,699x}$.



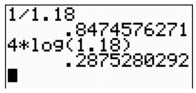
41a $6^{2x+1} = 6^{2x} \cdot 6^1 = \left(10^{\log(6)}\right)^{2x} \cdot 6 = 6 \cdot 10^{2x \cdot \log(6)} \approx 6 \cdot 10^{1{,}556x}$.



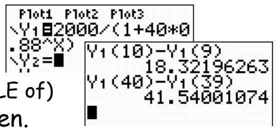
41b $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(10^{\log(\frac{1}{2})}\right)^{3x} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)} \cdot 10^{3x \cdot \log(\frac{1}{2})} \approx 4 \cdot 10^{-0{,}903x}$.

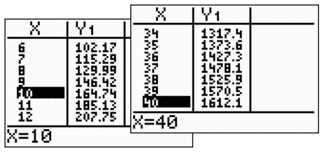


41c $1{,}18^{4x-1} = 1{,}18^{4x} \cdot 1{,}18^{-1} = \left(10^{\log(1{,}18)}\right)^{4x} \cdot \frac{1}{1{,}18^1} = \frac{1}{1{,}18} \cdot 10^{4x \cdot \log(1{,}18)} \approx 0{,}847 \cdot 10^{0{,}288x}$.



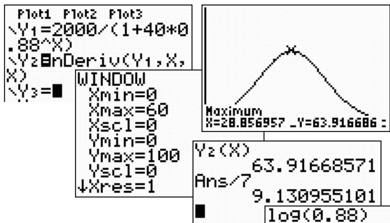
42a In de tiende week (van $t = 9$ tot $t = 10$) zijn er (TABLE of) $N(10) - N(9) \approx 18$ (of $165 - 146 = 19$) ratten bijgekomen.
In de veertigste week (van $t = 39$ tot $t = 40$) zijn er (TABLE of) $N(40) - N(39) \approx 42$ (of $1612 - 1571 = 41$) ratten bijgekomen.



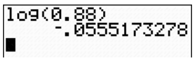


42b Voor grote waarden van t is $N = \frac{2000}{1 + 40 \cdot 0{,}88^t} \approx \frac{2000}{1 + 40 \cdot 0} = \frac{2000}{1} = 2\,000 \Rightarrow$ de lijn $N = 2\,000$ is horizontale asymptoot.
Praktische betekenis: het aantal ratten nadert op den duur naar 2 000 (stuks).

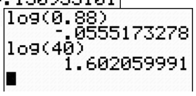
42c $N = \frac{2000}{1 + 40 \cdot 0{,}88^t}$ kunnen we nog niet differentiëren, dus $N'(t)$ op de GR benaderen met nDeriv($Y1, X, X$).
$N'(t)$ maximaal (optie maximum loslaten op N') $\Rightarrow t \approx 28{,}9$ en $N'\text{max} \approx 63{,}9$.
Dus de snelheid is maximaal voor $t \approx 28{,}9$ (na ongeveer 29 weken).
Er komen dan (ongeveer) 64 ratten per week bij, dat is ongeveer 9 per dag.



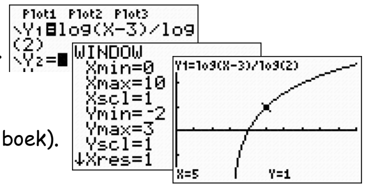
42d $G = 2\,000$, $a = 40$ en (zie de uitleg hieronder) $b \approx -0{,}056$.
$0{,}88^t = \left(10^{\log(0{,}88)}\right)^t = 10^{t \cdot \log(0{,}88)} \approx 10^{-0{,}056t}$.



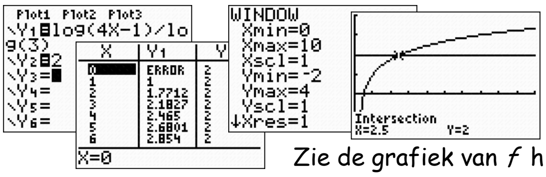
42e $40 \cdot 0{,}88^t = 10^{\log(40)} \cdot \left(10^{\log(0{,}88)}\right)^t = 10^{t \cdot \log(0{,}88) + \log(40)}$. Dus $N = \frac{2000}{1 + 40 \cdot 0{,}88^t} \approx \frac{2000}{1 + 10^{-0{,}056t + 1{,}602}}$.



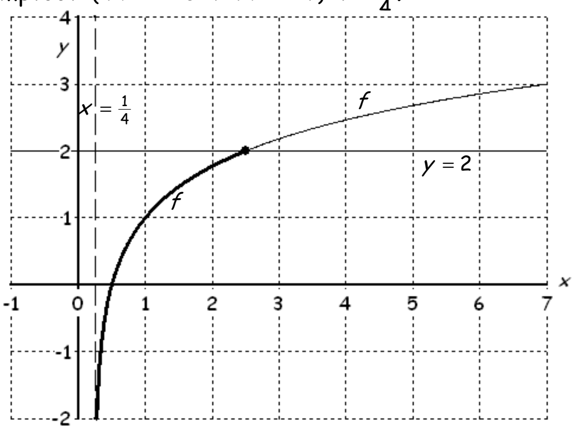
43a De grafiek van $f(x) = {}^2\log(x - 3)$ heeft als verticale asymptoot: ($x - 3 = 0 \Rightarrow$) $x = 3$.
43b Zie de schermen hiernaast.
43c Er is gebruik gemaakt van de regel: ${}^g\log(a) = \frac{\log(a)}{\log(g)}$ (zie **Theorie B** blz. 26 en 27 in het boek).



44a De grafiek van $f(x) = {}^3\log(4x - 1)$ heeft als verticale asymptoot: ($4x - 1 = 0 \Rightarrow 4x = 1 \Rightarrow$) $x = \frac{1}{4}$.
(gebruik TABLE voor het maken van de grafiek)

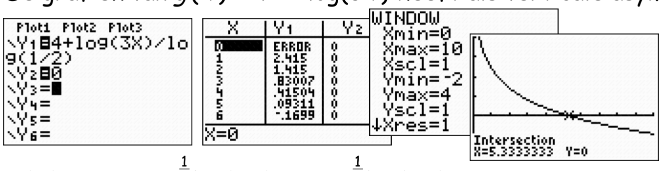


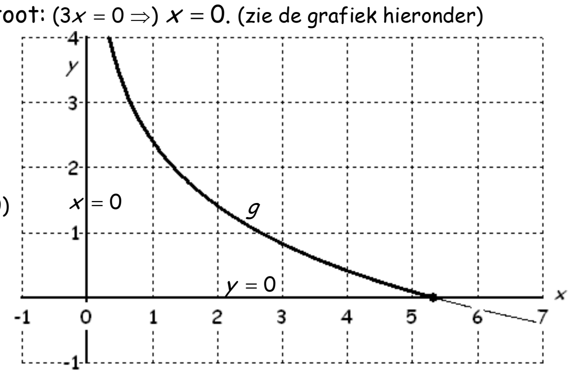
Zie de grafiek van f hiernaast.



44b $f(x) = 2 \Rightarrow {}^3\log(4x - 1) = 2$ (voorwaarde: $x > \frac{1}{4}$)
(met $3^{\cdots}$ kun je ${}^3\log(\ldots$ opheffen dus neem links en rechts $3^{\cdots}$)
$4x - 1 = 3^2 = 9$
$4x = 10$
$x = 2\frac{1}{2}$. $f(x) \le 2$ geeft (zie de grafiek) $\frac{1}{4} < x \le 2\frac{1}{2}$.

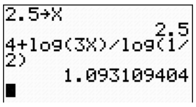
45a De grafiek van $g(x) = 4 + {}^{\frac{1}{2}}\log(3x)$ heeft als verticale asymptoot: ($3x = 0 \Rightarrow$) $x = 0$. (zie de grafiek hieronder)



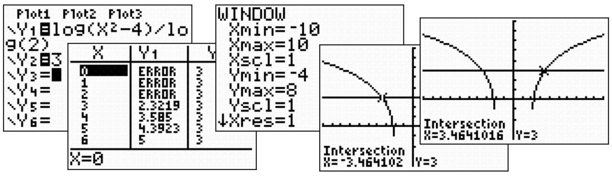


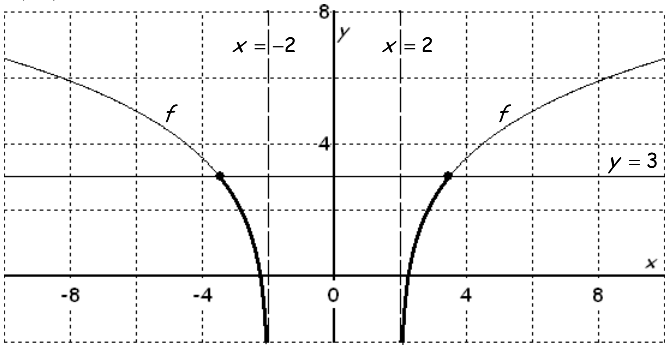
45b $g(x) = 0 \Rightarrow 4 + {}^{\frac{1}{2}}\log(3x) = 0 \Rightarrow {}^{\frac{1}{2}}\log(3x) = -4$ (voorwaarde: $x > 0$)
$3x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{16}\right)} = 16$
$x = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$. $g(x) \ge 0$ geeft (zie de grafiek) $0 < x \le 5\frac{1}{3}$.

45c $x = 2{,}5$ geeft $g(x) = g(2{,}5) = 4 + {}^{\frac{1}{2}}\log(3 \cdot 2{,}5) \approx 1{,}09$.
$x \geq 2{,}5$ geeft (zie een plot of de grafiek) $g(x) \leq 1{,}09$.

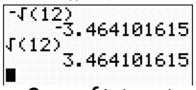


46a De grafiek van $f(x) = {}^{2}\log(x^2 - 4)$ heeft als verticale asymptoot: ($x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$) $x = -2$ en $x = 2$.
(gebruik TABLE voor het maken van de grafiek)





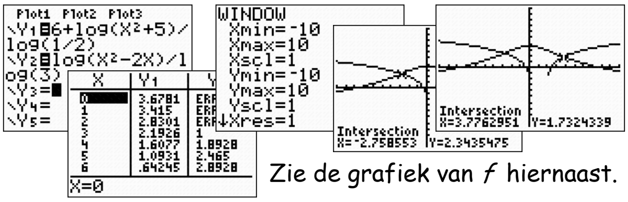
46b $f(x) = 3 \Rightarrow {}^{2}\log(x^2 - 4) = 3$ (intersect of)
(met $2^{\cdots}$ kun je ${}^{2}\log(\ldots$ opheffen dus neem links en rechts $2^{\cdots}$)
$x^2 - 4 = 2^3 = 8$
$x^2 = 12$
$x = \pm\sqrt{12} \approx \pm 3{,}46$.



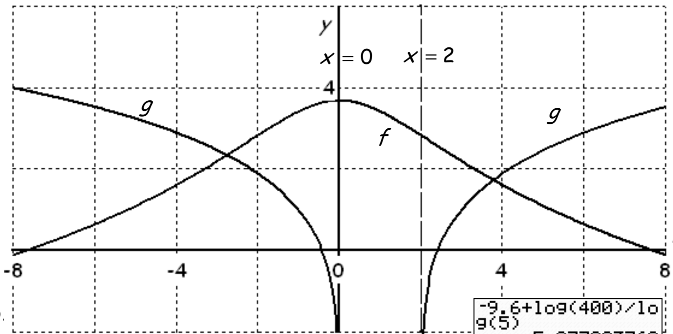
$f(x) \leq 3$ geeft (zie de grafiek) $-3{,}46 \leq x < -2 \;\vee\; 2 < x \leq 3{,}46$.

46c Voor $x \geq -3$ neemt (zie een plot of de grafiek) $f(x)$ alle waarden aan, want voor $x > 2$ neemt $f(x)$ nog alle waarden aan

47a De grafiek van $f(x) = 6 + {}^{\frac{1}{2}}\log(x^2 + 5)$ heeft geen verticale asymptoot. ($x^2 + 5 = 0 \Rightarrow x^2 = -5$ kan niet)
De grafiek van $g(x) = {}^{3}\log(x^2 - 2x)$ heeft als verticale asymptoot: ($x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow$) $x = 0$ en $x = 2$.

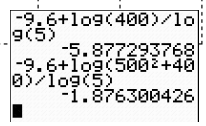


Zie de grafiek van f hiernaast.



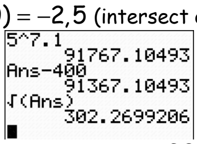
47b Er zijn twee snijpunten (zie de grafiek hiernaast).
Intersect geeft (zie de schermen hierboven)
de snijpunten: $(-2{,}759; 2{,}344)$ en $(3{,}776; 1{,}732)$.

47c $f(x) > g(x)$ geeft dan $-2{,}759 < x < 0 \;\vee\; 2 < x < 3{,}776$.



48a $a = 0$ (m) $\Rightarrow D = -9{,}6 + {}^{5}\log(0^2 + 400) \approx -5{,}88$ (m). Dus bij de put 5,88 m diep.
$a = 500$ (m) $\Rightarrow D = -9{,}6 + {}^{5}\log(500^2 + 400) \approx -1{,}88$ (m). Dus op een afstand van 500 m staat het water 1,88 m diep.

48b $-9{,}6 + {}^{5}\log(a^2 + 400) = -2{,}5$ (intersect of)
${}^{5}\log(a^2 + 400) = 7{,}1$
$a^2 + 400 = 5^{7{,}1}$
$a^2 = 5^{7{,}1} - 400$

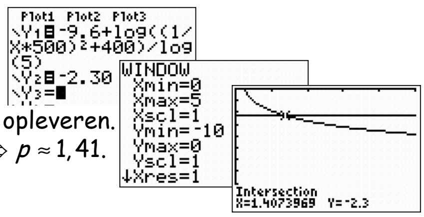


a (een afstand kan alleen positief zijn) ≈ 302 (m).
$D < -2{,}5$ (m) geeft $(0 \leq) a < 302$ (m).

48c Ja, de grafiek is afnemend stijgend.

48d Je hebt te maken met een vermenigvuldiging t.o.v. de D-as. (hij peutert in de formule aan de a)
Hij neemt factor p.

48e $a = 500$ moet $D = -2{,}30$ opleveren.
Intersect (/algebraïsch) $\Rightarrow p \approx 1{,}41$.



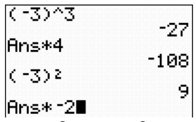
49a $f(x) = 2x^2 - 3x \xrightarrow{\text{transl. } (1,2)} g(x) = 2(x-1)^2 - 3(x-1) + 2$
$= 2(x-1)(x-1) - 3(x-1) + 2$
$= 2(x^2 - x - x + 1) - 3x + 3 + 2$
$= 2x^2 - 4x + 2 - 3x + 3 + 2 = 2x^2 - 7x + 7$.

49b $f(x) = 2x^2 - 3x \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } \frac{1}{4}} h(x) = 2 \cdot (4x)^2 - 3 \cdot 4x = 2 \cdot 16x^2 - 12x = 32x^2 - 12x$.

50a $f(x) = x^3 - 4x = 0$
$x(x^2 - 4) = 0$
$x = 0 \vee x^2 = 4$
$x = 0 \vee x = -2 \vee x = 2$
De nulpunten van f zijn -2, 0 en 2.

50b Je vermenigvuldigt met 3 ten opzichte van de y-as.
Dan is het beeld van $(-2, 0)$ het punt $(-6, 0)$,
het beeld van $(0, 0)$ het punt $(0, 0)$ en
het beeld van $(2, 0)$ het punt $(6, 0)$.
Dus de nulpunten van g zijn dus -6, 0 en 6.

51a $f(x) = x^4 - 3x \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } 2} g(x) = f(\frac{1}{2}x) = (\frac{1}{2}x)^4 - 3 \cdot (\frac{1}{2}x) = \frac{1}{16}x^4 - 1\frac{1}{2}x.$

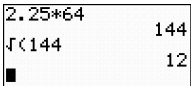


51b $h(x) = 4x^3 - 2x^2 \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } -\frac{1}{3}} k(x) = h(-3x) = 4 \cdot (-3x)^3 - 2 \cdot (-3x)^2 = 4 \cdot -27x^3 - 2 \cdot 9x^2 = -108x^3 - 18x^2.$

52a $f(x) = x^3 - 9x = 0$
$x(x^2 - 9) = 0$
$x = 0 \vee x^2 = 9$
$x = 0 \vee x = -3 \vee x = 3$
De nulpunten van f zijn -3, 0 en 3.

52b $f(x) = x^3 - 9x$
$\Downarrow$ vermenigvuldigen t.o.v. de y-as met 4
$g(x) = f(\frac{1}{4}x) = (\frac{1}{4}x)^3 - 9 \cdot (\frac{1}{4}x) = \frac{1}{64}x^3 - 2\frac{1}{4}x.$

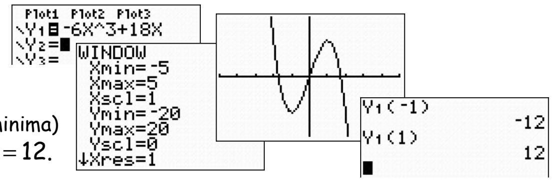
52c $g(x) = \frac{1}{64}x^3 - 2\frac{1}{4}x = 0 \quad (\times 64)$
$x^3 - 144x = 0$
$x(x^2 - 144) = 0$
$x = 0 \vee x^2 = 144$
$x = 0 \vee x = -12 \vee x = 12$
De nulpunten van 9 zijn -12, 0 en 12.



52d nulpunt van $f \xrightarrow{\times 4}$ nulpunt van g.

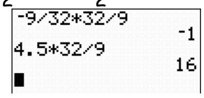
53a $f(x) = -6x^3 + 18x \Rightarrow f'(x) = -18x^2 + 18.$

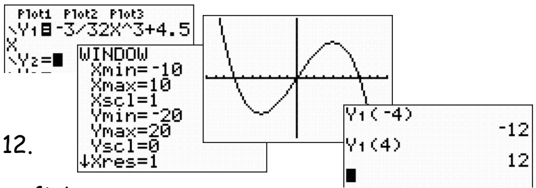
53b $f'(x) = 0 \Rightarrow -18x^2 + 18 = 0 \quad (\div 18)$
$-x^2 + 1 = 0$
$1 = x^2 \Rightarrow x = -1 \vee x = 1.$ (extreme waarden zijn maxima/minima)
Min. (zie een plot) $f(-1) = -12$ en max. (zie een plot) $f(1) = 12.$



53c $f(x) = -6x^3 + 18x \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } 4} g(x) = f(\frac{1}{4}x) = -6 \cdot (\frac{1}{4}x)^3 + 18 \cdot (\frac{1}{4}x) = -\frac{6}{64}x^3 + 4\frac{1}{2}x = -\frac{3}{32}x^3 + 4\frac{1}{2}x.$

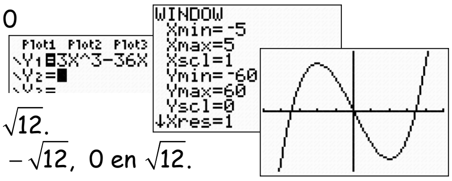
53d $g(x) = -\frac{3}{32}x^3 + 4\frac{1}{2}x \Rightarrow g'(x) = -\frac{9}{32}x^2 + 4\frac{1}{2}$
$g'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{9}{32}x^2 + 4\frac{1}{2} = 0 \quad (\times \frac{32}{9})$
$-x^2 + 16 = 0$
$16 = x^2 \Rightarrow x = -4 \vee x = 4.$
Min. (zie een plot) $g(-4) = -12$ en max. (zie een plot) $g(4) = 12.$



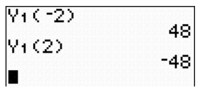


53e top van de grafiek van $f \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } 4}$ top van de grafiek van g.

54a $f(x) = 3x^3 - 36x \Rightarrow f'(x) = 9x^2 - 36$
$f(x) = 0 \Rightarrow 3x^3 - 36x = 0$
$3x(x^2 - 12) = 0$
$x = 0 \vee x^2 = 12$
$x = 0 \vee x = -\sqrt{12} \vee x = \sqrt{12}.$
De nulpunten van f zijn $-\sqrt{12}$, 0 en $\sqrt{12}$.



$f'(x) = 0 \Rightarrow 9x^2 - 36 = 0 \quad (\div 9)$
$x^2 - 4 = 0$
$x^2 = 4 \Rightarrow x = -2 \vee x = 2.$
Max. (zie plot) $f(-2) = 48$ en
min. (zie plot) $f(2) = -48.$



54b $f(x) = 3x^3 - 36x \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } 3} g(x) = f(\frac{1}{3}x) = 3 \cdot (\frac{1}{3}x)^3 - 36 \cdot (\frac{1}{3}x) = \frac{3}{27}x^3 - 12x = \frac{1}{9}x^3 - 12x.$

54c nulpunt van $f \xrightarrow{\times 3}$ nulpunt van g. Dus de nulpunten van g zijn $-3\sqrt{12}$, 0 en $3\sqrt{12}$.
top van de grafiek van $f \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } 3}$ top van de grafiek van g. Dus max. $g(-6) = 48$ en min. $g(6) = -48.$

55 Gegeven is de functie $f(x) = x^2 + 3x.$

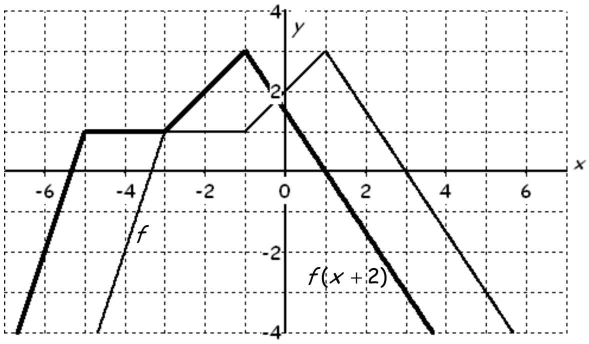
55a $g(x) = f(x+3) = (x+3)^2 + 3 \cdot (x+3) = (x+3)(x+3) + 3x + 9$
$= x^2 + 3x + 3x + 9 + 3x + 9 = x^2 + 9x + 18.$

55b $h(x) = 3 \cdot f(x) = 3 \cdot (x^2 + 3x) = 3x^2 + 9x.$

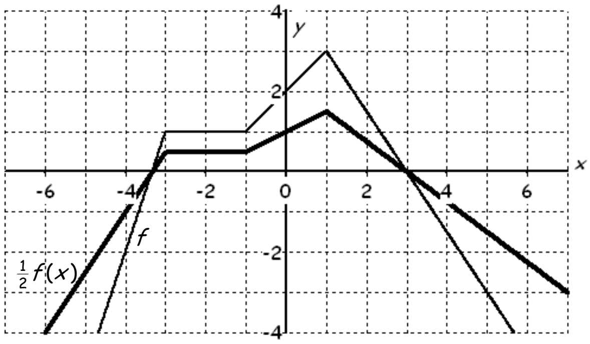
55c $j(x) = f(3x) = (3x)^2 + 3 \cdot (3x) = 9x^2 + 9x.$

55d $k(x) = f(x) + 3 = x^2 + 3x + 3.$

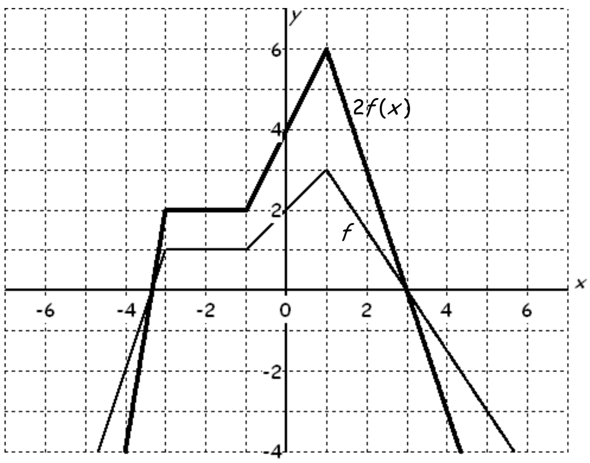
56a



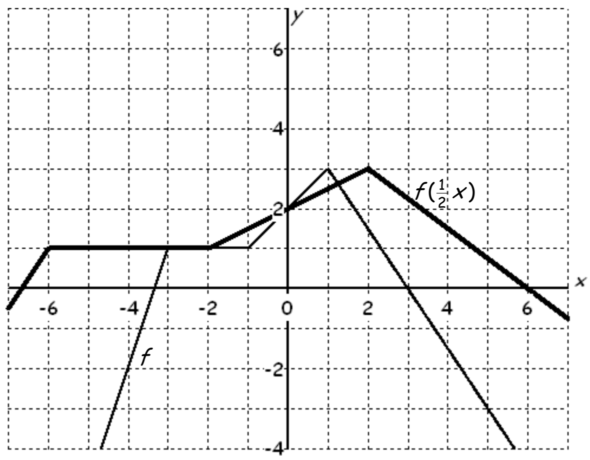
56b



56c



56d



57a $f(10) = 0{,}2 \cdot 10^2 = 0{,}2 \cdot 100 = 20.$

57b $(10, 20) \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } p} (30, 20)$. Dus $10p = 30 \Rightarrow p = \frac{30}{10} = 3.$

57c $f(x) = 0{,}2x^2 \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } 3} g(x) = f(\frac{1}{3}x) = 0{,}2 \cdot (\frac{1}{3}x)^2 = 0{,}2 \cdot \frac{1}{9}x^2 = \frac{0{,}2}{9}x^2 = \frac{2}{90}x^2 = \frac{1}{45}x^2.$

57d $(10, 20) \xrightarrow[\text{t.o.v. de } x\text{-as}]{\text{verm. met } q} (10, 40)$. Dus $20q = 40 \Rightarrow q = \frac{40}{20} = 2.$

57e $f(x) = 0{,}2x^2 \xrightarrow[\text{t.o.v. de } x\text{-as}]{\text{verm. met } 2} h(x) = 2 \cdot f(x) = 2 \cdot 0{,}2x^2 = 0{,}4x^2.$

58a $(b, 1+2^b) \xrightarrow[\text{t.o.v. de } x\text{-as}]{\text{verm. met } p} (b, p(1+2^b)) = (2, 15)$. Dus $b = 2$ en $p \cdot (1+2^2) = 15 \Rightarrow 5p = 15 \Rightarrow p = \frac{15}{5} = 3.$

58bc $g(x) = 3 \cdot f(x) = 3 \cdot (1+2^x) = 3 + 3 \cdot 2^x$. De lijn $y = 3$ is de horizontale asymptoot van de grafiek van g.

58d $(d, 1+2^d) \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } q} (qd, 1+2^d) = (-1, 17)$. Dus $1+2^d = 17 = 1+2^4 \Rightarrow d = 4$ en $q \cdot 4 = -1 \Rightarrow q = -\frac{1}{4}.$

58e $h(x) = f(\frac{1}{q} \cdot x) = f(-4x) = 1 + 2^{-4x} = 1 + \left(2^{-4}\right)^x = 1 + \left(\frac{1}{2^4}\right)^x = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^x.$

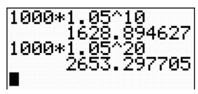
59a $(t,\ -2 + {}^3\log(t-1)) \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } a} (at,\ -2 + {}^3\log(t-1)) = (-10,\ -2).$

Dus $-2 + {}^3\log(t-1) = -2 \Rightarrow {}^3\log(t-1) = 0 \Rightarrow t - 1 = 3^0 = 1 \Rightarrow t = 2$ en $a \cdot 2 = -10 \Rightarrow a = \frac{-10}{2} = -5.$

59b $g(x) = f(\frac{1}{a} \cdot x) = f(-\frac{1}{5}x) = -2 + {}^3\log(-\frac{1}{5}x - 1).$

59c De grafiek van $g(x) = -2 + {}^3\log(-\frac{1}{5}x - 1)$ heeft als verticale asymptoot: $(-\frac{1}{5}x - 1 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{5}x = 1 \Rightarrow)$ $x = -5$.

60a $t = 10$ geeft $B = 1000 \cdot 1{,}05^{10} \approx 1628{,}89$ (€) en $t = 20$ geeft $B = 1000 \cdot 1{,}05^{20} \approx 2\,653{,}30$ (€).



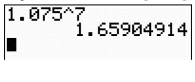
60b $T = 1$ (keer tien jaar), dus $t = 10$.

60c $t = 10$ (resp. $t = 20$) moet hetzelfde geven als $T = 1$ (resp. $T = 2$) $\Rightarrow t = 10T$.

Dit geeft de formule $B = 1000 \cdot 1{,}05^{10T}$ (met T de tijd in tientallen jaren na 1-1-2000, dus $10T$ het aantal jaren na 1-1-2000).

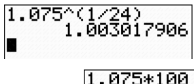
61a $N = 500 \cdot 1{,}075^{7w}$ (met w de tijd in weken, zodat $7w$ de tijd weer in dagen geeft).

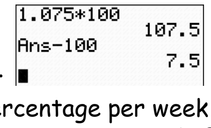
$N = 500 \cdot 1{,}075^{7w} = 500 \cdot \left(1{,}075^7\right)^w \approx 500 \cdot 1{,}659^w.$



61b $N = 500 \cdot 1{,}075^{\frac{u}{24}}$ (met u de tijd in uren, zodat $\frac{u}{24}$ weer de tijd in dagen geeft).

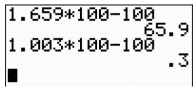
$N = 500 \cdot 1{,}075^{\frac{u}{24}} = 500 \cdot \left(1{,}075^{\frac{1}{24}}\right)^u \approx 500 \cdot 1{,}003^u.$

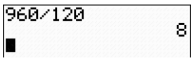


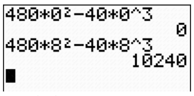


62a Bij de groeifactor 1,075 hoort het groeipercentage 7,5%.

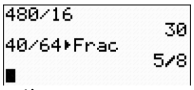
62b De groeifactor per week is 1,659 (zie 61a), dus het groeipercentage per week is 65,9%.
De groeifactor per uur is 1,003 (zie 61b), dus het groeipercentage per uur is 0,3%.



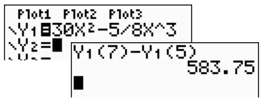
63a $N(t) = 480t^2 - 40t^3 \Rightarrow N'(t) = 960t - 120t^2$.
$N'(t) = 0 \Rightarrow 960t - 120t^2 = 0$
$120t(8 - t) = 0$
$t = 0 \vee t = 8$.


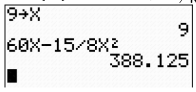


Het maximale aantal (zie een plot) is $N(8) = 10\,240$.
Op $t = 8$ is het 17:00 uur. $(9 + 8 = 17)$

63b $N(k) = 480 \cdot \left(\frac{k}{4}\right)^2 - 40 \cdot \left(\frac{k}{4}\right)^3 = 480 \cdot \frac{k^2}{4^2} - 40 \cdot \frac{k^3}{4^3}$
$= 480 \cdot \frac{k^2}{16} - 40 \cdot \frac{k^3}{64} = 30k^2 - \frac{5}{8}k^3$.


(het aantal uren t is het aantal kwartieren gedeeld door 4)

63c Om 10:15 is $k = 4 + 1 = 5$ (kwartier) en
om 10:45 is $k = 4 + 3 = 7$ (kwartier).
Van 10:15 tot 10:45 is het aantal
bezoekers toegenomen met
$N(7) - N(5) \approx 584$.


63d $N(k) = 30k^2 - \frac{5}{8}k^3 \Rightarrow N'(k) = 60k - \frac{15}{8}k^2$.
Om 11:15 is $(k = 2 \cdot 4 + 1 = 9 \Rightarrow)$ $N'(9) \approx 388$ ($^{\text{pers.}}/_{\text{kwart.}}$).


64 Je hebt te maken met een vermenigvuldiging t.o.v. de y-as met 4. (het aantal kwartieren is het aantal uren keer 4)

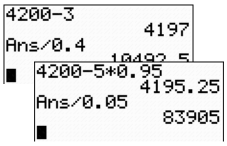
65 Kruiselings vermenigvuldigen levert zowel bij formule $\frac{y}{1} = \frac{2}{x}$ als ook bij de formule $\frac{x}{1} = \frac{2}{y}$ de vorm $xy = 2$ op.

66a
$\frac{A}{1} = \frac{B}{B+2}$
$A(B+2) = B$
$AB + 2A = B$
$AB - B = -2A$
$B(A-1) = -2A$
$B = -\frac{2A}{A-1}$.

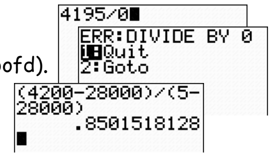
66b
$\frac{P}{1} = \frac{Q-5}{Q}$
$PQ = 1(Q-5)$
$PQ = Q - 5$
$PQ - Q = -5$
$Q(P-1) = -5$
$Q = \frac{-5}{P-1}$.

66c
$\frac{R}{1} = \frac{F-2}{F-1}$
$R(F-1) = 1(F-2)$
$RF - R = F - 2$
$RF - F = R - 2$
$F(R-1) = R - 2$
$F = \frac{R-2}{R-1}$.

67a $p = 0{,}6 \Rightarrow K = \frac{4200 - 5 \cdot 0{,}6}{1 - 0{,}6} = 10\,492{,}5$.

67b $p = 0{,}95 \Rightarrow K = \frac{4200 - 5 \cdot 0{,}95}{1 - 0{,}95} = 83\,905$.


67c $p = 1 \Rightarrow K = \frac{4200 - 5 \cdot 1}{1 - 1} = \frac{4195}{0}$ kan niet (delen door nul is niet geoorloofd).

67e $K = 28\,000 \Rightarrow p = \frac{4200 - 28000}{5 - 28000} \approx 0{,}85$. Dus 85% wordt bereikt.


67d
$\frac{K}{1} = \frac{4200 - 5p}{1 - p}$
$K(1-p) = 4200 - 5p$
$K - Kp = 4200 - 5p$
$5p - Kp = 4200 - K$
$p(5 - K) = 4200 - K$
$p = \frac{4200 - K}{5 - K}$.

68a $\frac{1}{a} = 2 + \frac{1}{b} = \frac{2b}{b} + \frac{1}{b} = \frac{2b+1}{b}$.

68b
$\frac{1}{a} = \frac{2b+1}{b}$ (keer beide breuken om)
$\frac{a}{1} = \frac{b}{2b+1}$
$a = \frac{b}{2b+1}$.

68c
$\frac{1}{a} = 2 + \frac{1}{b}$
$\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - 2 = \frac{1}{a} - \frac{2a}{a} = \frac{1-2a}{a}$ (keer beide breuken om)
$\frac{b}{1} = \frac{a}{1-2a}$
$b = \frac{a}{1-2a}$.

69a
$\frac{1}{p} = 5 - \frac{2}{q} = \frac{5q}{q} - \frac{2}{q} = \frac{5q-2}{q}$ (keer beide breuken om)
$\frac{p}{1} = \frac{q}{5q-2}$
$p = \frac{q}{5q-2}$.

69b
$\frac{1}{m} = \frac{1}{2} - \frac{3}{n}$
$\frac{3}{n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{m} = \frac{m}{2m} - \frac{2}{2m} = \frac{m-2}{2m}$ (keer beide breuken om)
$\frac{n}{3} = \frac{2m}{m-2}$ (links en rechts keer 3)
$n = \frac{6m}{m-2}$.

70a
$\frac{F}{1} = \frac{1}{K} + \frac{1}{2K} = \frac{2}{2K} + \frac{1}{2K} = \frac{3}{2K}$ (keer beide breuken om)
$\frac{1}{F} = \frac{2K}{3}$
$2FK = 3$
$K = \frac{3}{2F}$.

70b
$\frac{N}{1} = \frac{2R+2}{5R+2}$
$N(5R+2) = 2R + 2$
$5NR + 2N = 2R + 2$
$5NR - 2R = 2 - 2N$
$R(5N-2) = 2 - 2N$
$R = \frac{2-2N}{5N-2}$.

70c
$\frac{1}{T} = 10 - \frac{2}{S}$
$\frac{1}{T} = \frac{10S}{S} - \frac{2}{S}$
$\frac{1}{T} = \frac{10S-2}{S}$ (keer beide breuken om)
$T = \frac{S}{10S-2}$.

70d
$\frac{6}{B} = \frac{5}{8} - \frac{2}{A}$
$\frac{2}{A} = \frac{5}{8} - \frac{6}{B}$
$\frac{2}{A} = \frac{5B}{8B} - \frac{48}{8B}$
$\frac{2}{A} = \frac{5B-48}{8B}$ (keer beide breuken om)
$\frac{A}{2} = \frac{8B}{5B-48}$ (keer 2)
$A = \frac{16B}{5B-48}$.

71a $f=3 \Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{1}{b}+\frac{1}{v} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{1}{3}-\frac{1}{v}=\frac{v}{3v}-\frac{3}{3v}=\frac{v-3}{3v}$ (keer beide breuken om) $\Rightarrow b=\frac{3v}{v-3}$.

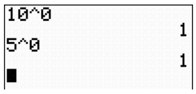
71b De grafiek van $b=\frac{3v}{v-3}$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $v-3=0 \Rightarrow$) $v=3$.
Praktische betekenis: als de voorwerpafstand $v=3$ cm, dan is er geen beeld.
Voor grote waarden van v is $b=\frac{3v}{v-3} \approx \frac{3v}{v}=3 \Rightarrow$ de lijn $b=3$ is horizontale asymptoot.
Praktische betekenis: als de voorwerpafstand v oneindig groot is, dan is de beeldpuntsafstand $b \approx 3$ cm.

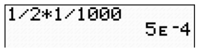
71c $b=v$ én $b=\frac{3v}{v-3}$ geeft $v=\frac{3v}{v-3}$
$v(v-3)=3v$
$v^2-3v=3v$
$v^2-6v=0$
$v(v-6)=0$
$v=0 \vee v=6$.
($v=0$ voldoet niet omdat $\frac{1}{v}$ niet bestaat voor $v=0$)
Dus voor $v=6$ is $b=v\,(=6)$.

71d Uit $b=\frac{3v}{v-3}$ volgt $\frac{b}{v}=\frac{3}{v-3}$
Verder is gegeven: $\frac{b}{v}=2$
$\Rightarrow \frac{3}{v-3}=2$
$2(v-3)=3$
$2v-6=3$
$2v=9$
$v=4\frac{1}{2}$.
Dus voor $v=4\frac{1}{2}$ geldt $\frac{b}{v}=2$.

72a $\log(2x+1)=y$ (neem links en rechts $10^{\cdots}$)
$2x+1=10^y$ ($10^{\cdots}$ en log(... heffen elkaar op).

72b $2x+1=10^y$ (links en rechts -1)
$2x=10^y-1$ (links en rechts delen door 2) $\Rightarrow x=\frac{1}{2}\cdot 10^y-\frac{1}{2}$.

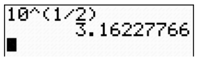
73a Fout omdat $\frac{1}{2}\cdot 10^{A-3} \neq 5^{A-3}$. Neem bijv. $A=3$ dan is $\frac{1}{2}\cdot 10^{3-3}=\frac{1}{2}\cdot 10^0=\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$ en $5^{3-3}=5^0=1$. 

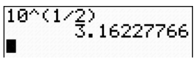
73b $\frac{1}{2}\cdot 10^{A-3}=\frac{1}{2}\cdot 10^A\cdot 10^{-3}=\frac{1}{2}\cdot 10^A\cdot\frac{1}{10^3}=\frac{1}{2}\cdot 10^A\cdot\frac{1}{1000}=0{,}0005\cdot 10^A$. 

74a $\log(5P+2)=N$
$5P+2=10^N$
$5P=-2+10^N$
$P=-\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\cdot 10^N$.

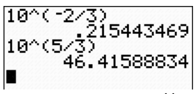
74b $5\log(N)-8=F$
$5\log(N)=F+8$
$\log(N)=\frac{1}{5}F+\frac{8}{5}$
$N=10^{\frac{1}{5}F+\frac{8}{5}}$.

74c $\log(4Q+1)-2=0{,}5D$
$\log(4Q+1)=0{,}5D+2$
$4Q+1=10^{0{,}5D+2}$
$4Q=-1+10^{0{,}5D+2}$
$Q=-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot 10^{0{,}5D+2}$.

75abc $2\log(B)-4=A$
$2\log(B)=A+4$
$\log(B)=\frac{1}{2}A+2$
$B=10^{\frac{1}{2}A+2}=10^{\frac{1}{2}A}\cdot 10^2=10^{\frac{1}{2}A}\cdot 100=100\cdot\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^A \approx 100\cdot 3{,}16^A$. 

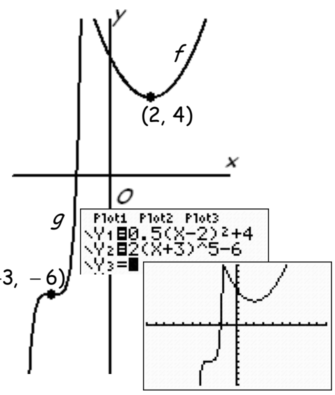
76a $2\log(S)-6=R$
$2\log(S)=R+6$
$\log(S)=\frac{1}{2}R+3$
$S=10^{\frac{1}{2}R+3}$ 

$=10^{\frac{1}{2}R}\cdot 10^3=\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^R\cdot 1000 \approx 1000\cdot 3{,}16^R$.

76b $3\log(N)+2=5K$
$3\log(N)=-2+5K$
$\log(N)=-\frac{2}{3}+\frac{5}{3}K$
$N=10^{-\frac{2}{3}+\frac{5}{3}K}$ 

$=10^{-\frac{2}{3}}\cdot 10^{\frac{5}{3}K}=10^{-\frac{2}{3}}\cdot\left(10^{\frac{5}{3}}\right)^K \approx 0{,}22\cdot 46{,}42^K$.

Diagnostische toets



D1a $y = 0{,}5x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (3,6)} y = 0{,}5(x-3)^2 + 6.$

D1b $y = 0{,}5x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (-2,5)} y = 0{,}5(x+2)^2 + 5.$

D1c $y = 0{,}5x^2 \xrightarrow{\text{transl. } (5,0)} y = 0{,}5(x-5)^2.$

D2a $\underset{\text{top } (0,0)}{y = 0{,}5x^2} \xrightarrow{\text{transl. } (2,4)} \underset{\text{top } (2,4)}{f(x) = 0{,}5(x-2)^2 + 4}.$ (zie een schets hiernaast)

D2b $\underset{\text{punt van symm. } (0,0)}{y = 2x^5} \xrightarrow{\text{transl. } (-3,-6)} \underset{\text{punt van symm. } (-3,-6)}{g(x) = 2(x+3)^5 - 6}.$ (zie een schets hiernaast)

D3a $\underset{\text{top } (0,0)}{f(x) = 2x^2} \xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}; 2{,}5)} \underset{\text{top } (0,0)}{y = 5x^2} \xrightarrow{\text{transl. } (-2,3)} \underset{\text{top } (-2,3)}{y = 5(x+2)^2 + 3}.$

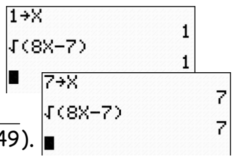
D3b $\underset{\text{top } (0,0)}{f(x) = 2x^2} \xrightarrow{\text{transl. } (-2,3)} \underset{\text{top } (-2,3)}{y = 2(x+2)^2 + 3} \xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}; 2{,}5)} y = 2{,}5\left(2(x+2)^2 + 3\right) = \underset{\text{top } (-2;\, 7{,}5)}{5(x+2)^2 + 7{,}5}.$

D4a $\underset{D = [0, \rightarrow\rangle \text{ en } B = [0, \rightarrow\rangle}{y = \sqrt{x}} \xrightarrow{\text{transl. } (2,2)} \underset{D_f = [2, \rightarrow\rangle \text{ en } B_f = [2, \rightarrow\rangle}{f(x) = \sqrt{x-2} + 2 = 2 + \sqrt{x-2}}.$

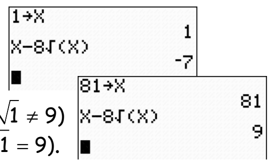
$\underset{D = [0, \rightarrow\rangle \text{ en } B = [0, \rightarrow\rangle}{y = \sqrt{x}} \xrightarrow{\text{verm. } (x\text{-as}, 3)} \underset{D = [0, \rightarrow\rangle \text{ en } B = [0, \rightarrow\rangle}{y = 3 \cdot \sqrt{x}} \xrightarrow{\text{transl. } (1,2)} \underset{D_g = [1, \rightarrow\rangle \text{ en } B_g = [2, \rightarrow\rangle}{g(x) = 3 \cdot \sqrt{x-1} + 2}.$

D4b $D_f = [2, \rightarrow\rangle$ en $B_f = [2, \rightarrow\rangle$; $D_g = [1, \rightarrow\rangle$ en $B_g = [2, \rightarrow\rangle$. (zie D4a voor een uitleg)

D5a $x = \sqrt{8x-7}$ (kwadrateren)
$x^2 = 8x - 7$
$x^2 - 8x + 7 = 0$
$(x-1)(x-7) = 0$
$x = 1 \vee x = 7$
$x = 1$ voldoet (want $1 = \sqrt{1}$)
$x = 7$ voldoet (want $7 \neq \sqrt{49}$).



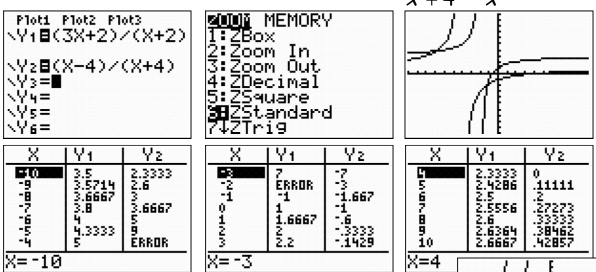
D5b $x - 8\sqrt{x} = 9$ (wortelvorm isoleren)
$x - 9 = 8\sqrt{x}$ (kwadrateren)
$x^2 - 9x - 9x + 81 = 64x$
$x^2 - 82x + 81 = 0$
$(x-1)(x-81) = 0$
$x = 1 \vee x = 81$
$x = 1$ voldoet niet (want $1 - 8 \cdot \sqrt{1} \neq 9$)
$x = 81$ voldoet (want $81 - 8 \cdot \sqrt{81} = 9$).

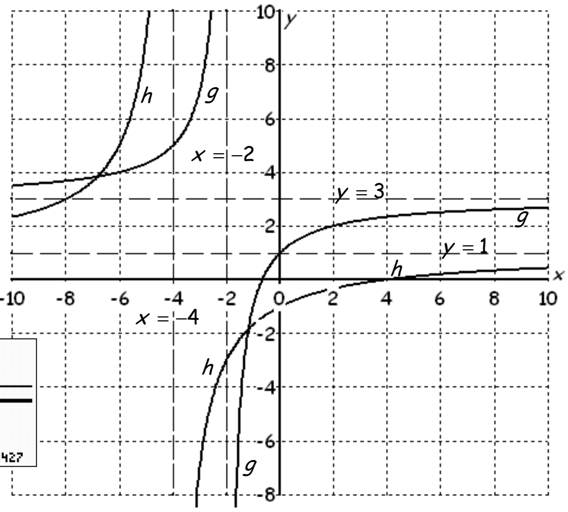


D6a $y = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{transl. } (-2,4)} f(x) = \frac{1}{x+2} + 4.$

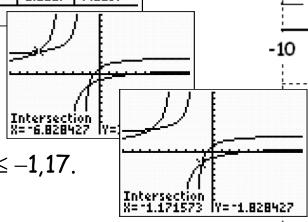
D6b $f(x) = \frac{1}{x+2} + 4.$ met V.A.: $x = -2$ en H.A.: $y = 4$.

D7a De grafiek van $g(x) = \frac{3x+2}{x+2}$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $x + 2 = 0 \Rightarrow$) $x = -2$.
Voor grote waarden van x is $g(x) = \frac{3x+2}{x+2} \approx \frac{3x}{x} = 3 \Rightarrow$ de lijn $y = 3$ is horizontale asymptoot. (zie de grafiek hieronder)
De grafiek van $h(x) = \frac{x-4}{x+4}$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $x + 4 = 0 \Rightarrow$) $x = -4$.
Voor grote waarden van x is $h(x) = \frac{x-4}{x+4} \approx \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow$ de lijn $y = 1$ is horizontale asymptoot. (zie de grafiek hieronder)



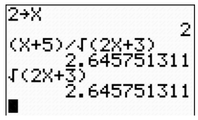


D7b $g(x) = h(x)$ met intersect
geeft $x \approx -6{,}83$ en $x \approx -1{,}17$.
$g(x) \leq h(x)$ geeft (gebruik de oplossing hierboven en de grafiek hiernaast)
de oplossing: $-6{,}83 \leq x < -4 \vee -2 < x \leq -1{,}17$.

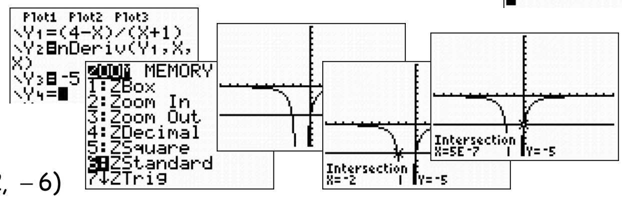


D8a $\dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{x-2\frac{1}{2}}{1}$
$(x+1)(x-2\frac{1}{2})=x-1$
$x^2-2\frac{1}{2}x+x-2\frac{1}{2}=x-1$
$x^2-2\frac{1}{2}x-1\frac{1}{2}=0 \Rightarrow$ (*abc*-formule of) $(x-3)(x+\frac{1}{2})=0 \Rightarrow x=3 \vee x=-\frac{1}{2}$.

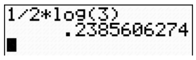
D8b $\dfrac{x+5}{\sqrt{2x+3}}=\dfrac{\sqrt{2x+3}}{1}$
$\sqrt{2x+3}\cdot\sqrt{2x+3}=x+5$
$2x+3=x+5$
$x=2$.



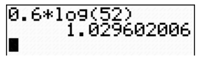
D9 $f(x)=\dfrac{4-x}{x+1}$ kunnen we nog niet differentiëren,
dus $f'(x)$ op de GR benaderen met nDeriv($Y1, X, X$).
$f'(x)=-5$ geeft dan met intersect $x=-2 \vee x=0$.
($x=-2$ en $x=0$ zijn nu de x-coördinaten van de raakpunten)
$x=-2$ geeft $f(-2)=\dfrac{4--2}{-2+1}=\dfrac{6}{-1}=-6 \Rightarrow$ raakpunt $A(-2,\,-6)$
en $x=0$ geeft $f(0)=\dfrac{4-0}{0+1}=\dfrac{4}{1}=4 \Rightarrow$ raakpunt $B(0,\,4)$.
m: $y=-5x+b$ door $A(-2,\,-6)$ geeft $-6=-5\cdot-2+b \Rightarrow b=-6-10=-16$ en
n: $y=-5x+q$ door $B(0,\,4)$ geeft $4=-5\cdot 0+q \Rightarrow q=4$.
De twee raaklijnen met richtingscoëfficiënt -5 zijn m: $y=-5x-16$ en n: $y=-5x+4$.



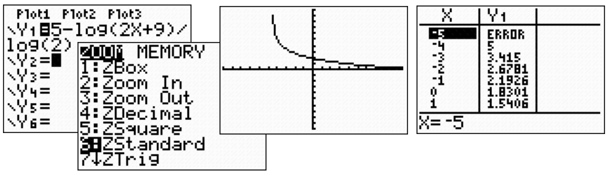
D10a $y=3^{\frac{1}{2}x-1}=3^{\frac{1}{2}x}\cdot 3^{-1}=\left(10^{{}^{10}\log(3)}\right)^{\frac{1}{2}x}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\cdot\left(10^{\log(3)}\right)^{\frac{1}{2}x}=\frac{1}{3}\cdot 10^{\frac{1}{2}x\cdot\log(3)}\approx\frac{1}{3}\cdot 10^{0{,}239x}$.

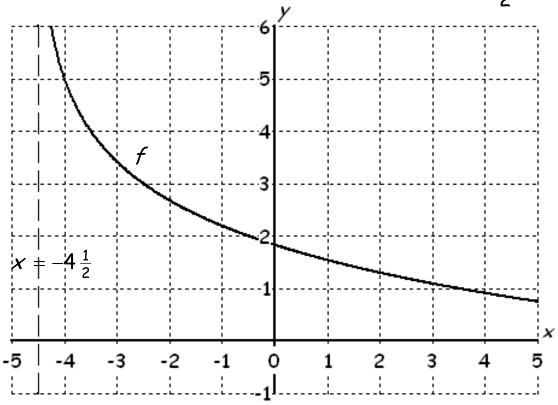


D10b $y=52^{0{,}6x+3}=52^{0{,}6x}\cdot 52^3=\left(10^{\log(52)}\right)^{0{,}6x}\cdot 140\,608=140\,608\cdot 10^{0{,}6x\cdot\log(52)}\approx 140\,608\cdot 10^{1{,}030x}$.



D11a De grafiek van $f(x)=5-{}^2\log(2x+9)$ heeft als verticale asymptoot: ($2x+9=0 \Rightarrow 2x=-9 \Rightarrow$) $x=-4\frac{1}{2}$.
Voer op de GR in $y=5-\dfrac{\log(2x+9)}{\log(2)}$ en
gebruik TABLE voor het maken van de grafiek.





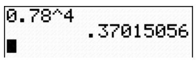
D11b $f(x)=0 \Rightarrow 5-{}^2\log(2x+9)=0$
${}^2\log(2x+9)=5$
$2x+9=2^5=32$
$2x=23$
$x=\frac{23}{2}=11\frac{1}{2}$. Dus geeft $f(x)\geq 0$ (gebruik de grafiek) $-4\frac{1}{2}<x\leq 11\frac{1}{2}$.

D11c $f(0)\approx 1{,}83$ (zie TABLE hierboven) en $x\leq 0$ geeft (gebruik de grafiek) $f(x)\geq 1{,}83$.

D12 $g(x)=f(\frac{1}{4}x)=-\left(\frac{1}{4}x\right)^2+\left(\frac{1}{4}x\right)+6=-\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{4}x+6$.

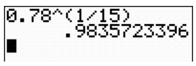
D13 $(a,\,-a^2+a+6)\ \xrightarrow[\text{t.o.v. de } y\text{-as}]{\text{verm. met } p}\ (p\cdot a,\,-a^2+a+6)=(6,\,4)$.
Nu is $-a^2+a+6=4 \Rightarrow -a^2+a+2=0 \Rightarrow a^2-a-2=0 \Rightarrow (a-2)(a-1)=0 \Rightarrow a=2 \vee a=-1$.
$a=2$ ($a=-1$ vervalt omdat $p>0$) en $p\cdot a=6 \Rightarrow p\cdot 2=6 \Rightarrow p=\frac{6}{2}=3$.
Dus $g(x)=f(\frac{1}{p}x)=f(\frac{1}{3}x)=-(\frac{1}{3}x)^2+(\frac{1}{3}x)+6=-\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}x+6$.

D14a $V=13\cdot 0{,}78^{4t}=13\cdot\left(0{,}78^4\right)^t\approx 13\cdot 0{,}37^t$.



(het aantal kwartieren gedeeld door 4 is het aantal uren $\Rightarrow \frac{k}{4}=t \Rightarrow k=4t$)

D14b $V=13\cdot 0{,}78^{\frac{1}{15}m}=13\cdot\left(0{,}78^{\frac{1}{15}}\right)^m\approx 13\cdot 0{,}98^m$.



(het aantal kwartieren keer 15 is het aantal minuten $\Rightarrow k\cdot 15=m \Rightarrow k=\frac{1}{15}m$)

D15a $\frac{A}{1} = \frac{2B+3}{B-5}$
$A(B-5) = 1(2B+3)$
$AB - 5A = 2B + 3$
$AB - 2B = 5A + 3$
$B(A-2) = 5A + 3$
$B = \frac{5A+3}{A-2}$.

D15b $\frac{1}{p} = 2 - \frac{3}{q}$
$\frac{3}{q} = 2 - \frac{1}{p}$
$\frac{3}{q} = \frac{2p}{p} - \frac{1}{p}$
$\frac{3}{q} = \frac{2p-1}{p}$ (keer beide breuken om)
$\frac{q}{3} = \frac{p}{2p-1}$ (links en rechts keer 3)
$q = \frac{3p}{2p-1}$.

D15c $U = 2\log(V) + 3$
$2\log(V) = U - 3$
$\log(V) = \frac{1}{2}U - \frac{3}{2}$
($10^{\cdots}$ doet log(... opheffen)
$V = 10^{\frac{1}{2}U - \frac{3}{2}}$.

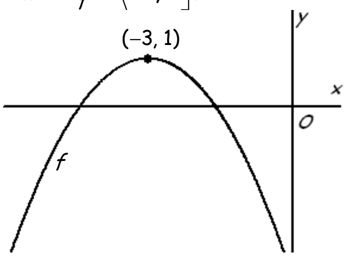
Gemengde opgaven 9. Allerlei functies

G1b $y = \sqrt{x}$ heeft beginpunt (0, 0) en gaat door (1, 1).
Dus beide grafieken zijn verticaal uitgerekt met factor 2.

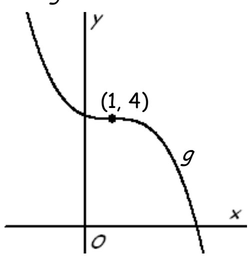
$y = \sqrt{x}$
⇩ vermenigvuldigen t.o.v. de x-as met 2
$y = 2\sqrt{x}$
⇩ translatie $(-3,\ -1)$
$f(x) = 2\sqrt{(x+3)} - 1$

$y = \sqrt{x}$
⇩ vermenigvuldigen t.o.v. de x-as met -2
$y = -2\sqrt{x}$
⇩ translatie (4, 3)
$g(x) = -2\sqrt{(x-4)} + 3$.

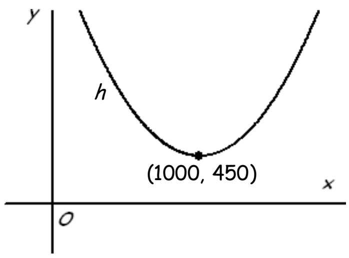
G2a $y = -2x^4$ ☹
⇩ translatie $(-3, 1)$
$f(x) = -2(x+3)^4 + 1$
met $B_f = \langle \leftarrow, 1]$.



G2b $y = -x^3$
⇩ translatie (1, 4)
$g(x) = -(x-1)^3 + 4$
met $B_g = \mathbb{R}$.

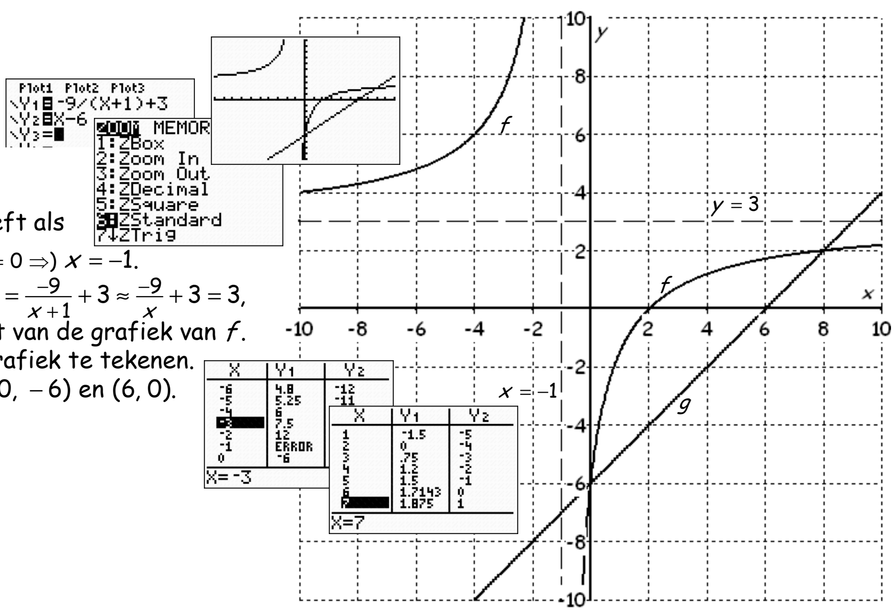


G2c $y = 0{,}001x^6$ ☺
⇩ translatie (1000, 450)
$h(x) = 0{,}001(x-1000)^6 + 450$
met $B_h = [450, \rightarrow\rangle$.



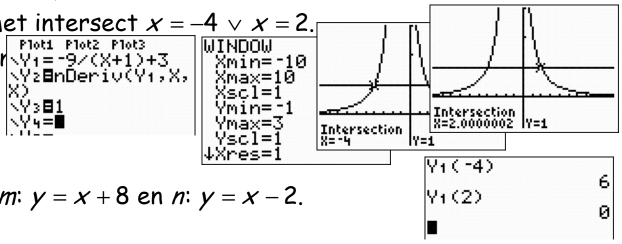
G3a $y = \frac{1}{x}$
⇩ verm. t.o.v. de x-as met -9
$y = \frac{-9}{x}$
⇩ translatie $(-1, 3)$
$f(x) = \frac{-9}{x+1} + 3$.

G3b De grafiek van $f(x) = \frac{-9}{x+1} + 3$ heeft als verticale asymptoot: (noemer $x + 1 = 0 \Rightarrow$) $x = -1$.
Voor grote waarden van x is $f(x) = \frac{-9}{x+1} + 3 \approx \frac{-9}{x} + 3 = 3$,
dus $y = 3$ is horizontale asymptoot van de grafiek van f.
Gebruik TABLE op de GR om de grafiek te tekenen.
De grafiek van g is een lijn door $(0,\ -6)$ en $(6, 0)$.
Hiernaast staat de grafiek.



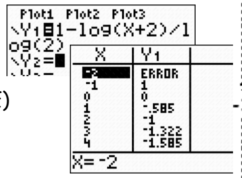
G3c $f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{-9}{x+1} + 3 = x - 6$
$\frac{-9}{x+1} = \frac{x-9}{1}$
$(x+1)(x-9) = -9$
$x^2 - 9x + x - 9 = -9$
$x(x-8) = 0$
$x = 0 \vee x = 8$. Dit geeft voor $f(x) \le g(x)$ (zie de grafiek) als oplossing: $-1 < x \le 0 \vee x \ge 8$.

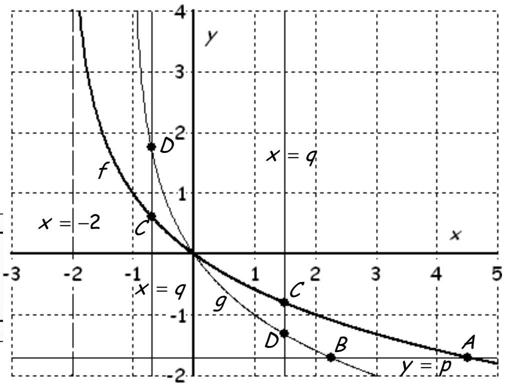
G3d $f(x) = \frac{-9}{x+1} + 3$ kunnen we nog niet differentiëren, dus $f'(x)$ op de GR benaderen met nDeriv($Y1, X, X$).
$f'(x) = g'(x)$ ($g(x) = x - 6 \Rightarrow g'(x) = 1$) $\Rightarrow f'(x) = 1$ geeft met intersect $x = -4 \vee x = 2$.
$f(-4) = \frac{-9}{-4+1} + 3 = \frac{-9}{-2} + 3 = 3 + 3 = 6 \Rightarrow$ raakpunt $A(-4, 4)$ en
$f(2) = \frac{-9}{2+1} + 3 = \frac{-9}{3} + 3 = -3 + 3 = 0 \Rightarrow$ raakpunt $B(2, 0)$.
m: $y = x + b$ door $A(-4, 4)$ geeft $4 = -4 + b \Rightarrow b = 8$ en
n: $y = x + q$ door $B(2, 0)$ geeft $0 = 2 + q \Rightarrow q = -2$.
De raaklijnen aan f evenwijdig met de grafiek van g zijn m: $y = x + 8$ en n: $y = x - 2$.



G4a $y = {}^2\log(x)$
⇩ verm. t.o.v. de x-as met -1
$y = -{}^2\log(x)$
⇩ translatie $(-2, 1)$
$f(x) = 1 - {}^2\log(x+2)$.

G4b De grafiek van $f(x) = 1 - {}^2\log(x+2)$ heeft als verticale asymptoot: ($x + 2 = 0 \Rightarrow$) $x = -2$.
Hiernaast zie je de grafiek van f. (gebruik TABLE)

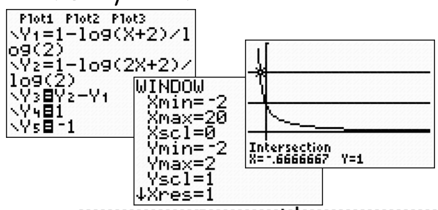




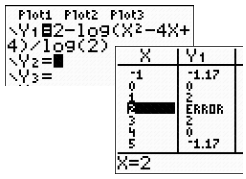
G4c $g(x) = f(2x) = 1 - {}^2\log(2x+2)$.

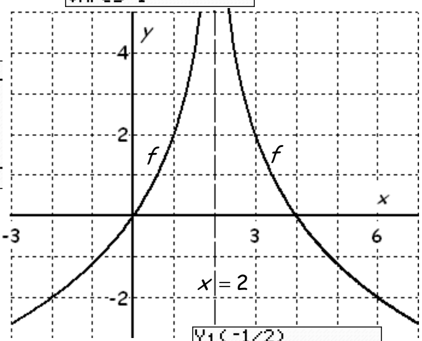
G4d $AB = 7 \Rightarrow x_A - x_B = 7$ met $x_B = \frac{1}{2}x_A \Rightarrow \frac{1}{2}x_A = 7 \Rightarrow x_A = 14$.
$x_A = 14 \Rightarrow y_A = f(14) = 1 - {}^2\log(14+2) = 1 - {}^2\log(16) = 1 - {}^2\log(2^4) = 1 - 4 = -3$. Dus $p = -3$.

G4e $CD = 1 \Rightarrow y_D - y_C = 1$ of $y_D - y_C = -1$.
$y_D - y_C = 1 \Rightarrow g(x) - f(x) = 1$ (intersect) $\Rightarrow x = q \approx -0{,}67$.
$y_D - y_C = -1 \Rightarrow g(x) - f(x) = -1$ (intersect geeft geen oplossing) $\Rightarrow$ kan niet.
Zelfs door de tabel bladeren (met grotere stappen) geeft te zien dat $g(x) - f(x)$ voor grote waarden van x wel nadert naar -1.



G5a De grafiek van $f(x) = 2 - {}^2\log(x^2 - 4x + 4)$ heeft als vert. asympt.: ($x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-2) = 0 \Rightarrow$) $x = 2$.
Hiernaast zie je de grafiek van f. (gebruik TABLE)

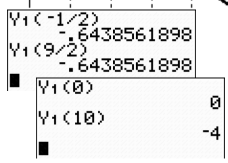




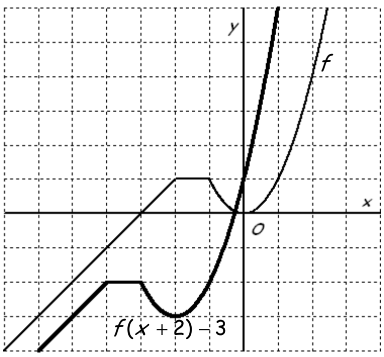
G5b $f(x) = 2 - {}^2\log(x^2 - 4x + 4) = -2$
${}^2\log(x^2 - 4x + 4) = 4$
$x^2 - 4x + 4 = 2^4 = 16$
$x^2 - 4x - 12 = 0$
$(x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 6 \vee x = -2$.
$f(x) \geq -2$ (zie de grafiek) voor $-2 \leq x < 2 \vee 2 < x \leq 6$.

G5c De grafiek van f is symmetrisch in de lijn $x = 2$. (zie TABLE)
$AB = 5 \Rightarrow x_A = 2 - 2\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ en $x_B = 2 + 2\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ (of omgekeerd). Dus $p = f(-\frac{1}{2}) = f(4\frac{1}{2}) \approx 0{,}64$.

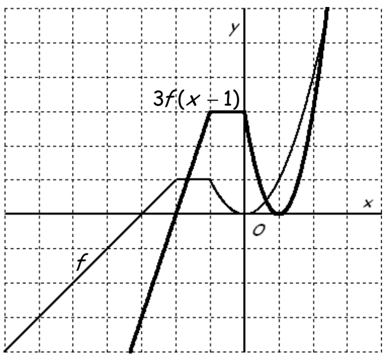
G5d $f(0) = 0$ en $f(10) = -4$. Dus voor $0 \leq x \leq 10$ (zie ook de grafiek) is $f(x) \geq -4$



G6a $f(x)$
⇩ translatie $(-2, 3)$
$y = f(x+2) - 3$

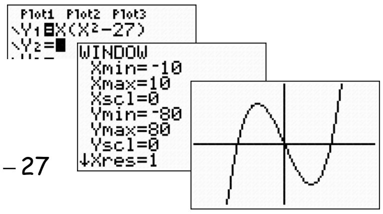


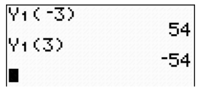
G6b $f(x)$
⇩ verm. t.o.v. x-as met 3
$y = 3f(x)$
⇩ translatie $(1, 0)$
$y = 3f(x-1)$



G6c $f(x)$
⇩ verm. t.o.v. x-as met -1
$y = -f(x)$
⇩ verm. t.o.v. y-as met 2
$y = -f(\frac{1}{2}x)$

G7a $f(x) = x(x^2 - 27) = 0$
$x = 0 \vee x^2 = 27$
$x = 0 \vee x = -\sqrt{27} \vee x = \sqrt{27}$.
De nulpunten van f zijn: $-\sqrt{27}$, 0 en $\sqrt{27}$.
$f(x) = x(x^2 - 27) = x^3 - 27x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 27$
$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0$
$3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = -3 \vee x = 3$.
De extreme waarden van f zijn: max. (zie een plot) $f(-3) = 54$ en min. $f(3) = -54$.



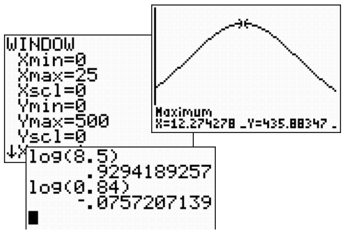


G7b $g(x) = -f(-\frac{1}{2}x) = -\left((-\frac{1}{2}x) \cdot \left((-\frac{1}{2}x)^2 - 27\right)\right) = \frac{1}{2}x \cdot (\frac{1}{4}x^2 - 27)$.

G7c De nulpunten van g zijn: $-2\sqrt{27}$, 0 en $2\sqrt{27}$.
De extreme waarden van g zijn: min. $g(6) = -54$ en max. $g(-6) = 54$.

G8a In 2005 (van $t = 5$ tot $t = 6$) zijn er (TABLE of)
$N(6) - N(5) \approx 313$ (of $2509 - 2195 = 314$) otters bijgekomen.

G8b $N = \frac{10000}{1 + 8{,}5 \cdot 0{,}84^t}$ kunnen we nog niet differentiëren,
dus $N'(t)$ op de GR benaderen met nDeriv($Y1, X, X$).
$N'(t)$ maximaal (optie maximum loslaten op N') $\Rightarrow t \approx 12{,}3$ en $N'\text{max} \approx 436$.
Dus de snelheid is maximaal voor $t \approx 12{,}3$ (na ongeveer 12,3 jaar).
De maximale snelheid is 436 otters per jaar.

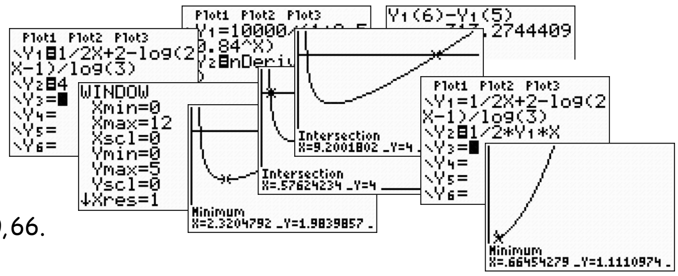


G8c $8{,}5 \cdot 0{,}84^t = 10^{\log(8,5)} \cdot \left(10^{\log(0,84)}\right)^t = 10^{\log(8,5) + t \cdot \log(0,84)} = 10^{-0{,}076t + 0{,}929}$. Dus $N = \frac{10000}{1 + 10^{-0{,}076t + 0{,}929}}$.

G9a $AB = L(p) = g(p) - f(p) = \frac{1}{2}p + 2 - {}^3\log(2p - 1)$
De optie minimum geeft $L_{\text{min}} \approx 1{,}98$ (voor $p \approx 2{,}32$).

G9b $AB = 4$ (intersect) $\Rightarrow p \approx 0{,}58 \vee p \approx 9{,}20$.

G9c $O_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot p = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}p + 2 - {}^3\log(2p - 1)\right) \cdot p$
De optie minimum geeft O_{ABC} minimaal voor $p \approx 0{,}66$.



G10a
$\frac{P}{1} = \frac{T + 5}{2T - 4}$
$P(2T - 4) = 1(T + 5)$
$2PT - 4P = T + 5$
$2PT - T = 4P + 5$
$T(2P - 1) = 4P + 5$
$T = \frac{4P + 5}{2P - 1}$.

G10b
$\frac{2}{x} = \frac{1}{5} - \frac{4}{y}$
$\frac{4}{y} = \frac{1}{5} - \frac{2}{x}$
$\frac{4}{y} = \frac{x}{5x} - \frac{10}{5x}$
$\frac{4}{y} = \frac{x - 10}{5x}$ (keer beide breuken om)
$\frac{y}{4} = \frac{5x}{x - 10}$ (links en rechts keer 4)
$y = \frac{20x}{x - 10}$.

G10c
$\log(2P - 4) = V - 1$
($10^{\cdots}$ doet log(... opheffen)
$2P - 4 = 10^{V-1}$
$2P = 4 + 10^V \cdot 10^{-1}$
$P = 2 + \frac{1}{2} \cdot 10^V \cdot \frac{1}{10}$
$P = 2 + \frac{1}{20} \cdot 10^V$.